MINISTERUL EDUCAȚIEI

CENTRUL NAȚIONAL DE POLITICI ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

V. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXII. EMMV
megyei szakasz, 2023. február 4.

VI. osztály

covasna - 2257

1. feladat. Határozd meg az A és B halmaz elemeit, ha egyidejűleg teljesítik a következő feltételeket:

i) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

ii) $A \cap B = \{4, 5\}$

iii) $8 \in A \setminus B$

iv) az A halmaz elemeinek összege 22.

2. feladat. Határozd meg azt a legkisebb $\overline{abcd}$ alakú természetes számot, amelyre

$$\frac{\overline{ab}}{80} = \frac{c}{8} = \frac{\overline{cd}}{92}.$$

3. feladat. Legyenek AA', BB', CC' az O pontban összefutó egyenesek úgy, hogy az A és B pontok ugyanabban a félsíkban vannak a CC' egyeneshez képest, és a B pont az $\widehat{AOC}$ belső tartományában helyezkedik el. Továbbá legyen OM az $\widehat{AOB}$, OM' az $\widehat{A'OB'}$, OP a $\widehat{BOC}$ és OP' a $\widehat{B'OC'}$ szögfelezője.

a) Számítsd ki az $\widehat{AOP'}$, $\widehat{MOB}$, $\widehat{POC}$ és $\widehat{M'OA'}$ szögek mértékének összegét.

b) Ha $\widehat{MOP} = 72°$, számítsd ki az $\widehat{AOC'}$ mértékét.

4. feladat. A d egyenesen felvesszük az $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_9, A_{10}$ pontokat ebben a sorrendben úgy, hogy

$$A_0A_1 = \frac{2}{3}A_0A_{10},\ A_1A_2 = \frac{2}{3}A_1A_{10}, \ldots,\ A_8A_9 = \frac{2}{3}A_8A_{10}.$$

Tudva, hogy az A_0A_{10} szakasz hossza 3^9 m, számítsd ki:

a) az A_1A_2 és A_3A_4 szakaszok hosszát,

b) az MN szakasz hosszát, ahol M és N az A_1A_2, illetve A_3A_4 szakaszok felezőpontjai,

c) $1 + 3 + \ldots + 3^8$ összeget.

Megjegyzések: Minden feladat kötelező és 10 pontot ér, melyből hivatalból jár 1 pont. Munkaidő: 3 óra.