MINISTERUL EDUCAȚIEI

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN COVASNA
KOVÁSZNA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HARGHITA
HARGITA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE

„ADOLF HAIMOVICI" ALKALMAZOTT MATEMATIKA VERSENY
Körzeti szakasz, 2023. február 11.

IX. osztály
(3 órás program)

1. feladat.

Egy teniszező ütőjét elhagyó labda az $A_0, A_1, \ldots, A_n, \ldots$ pontokban esik a pályára a pattanásai során. Az $A_0, A_1, \ldots, A_n, \ldots$ pontok kollineárisak ebben a sorrendben. Egy pattanás hossza alatt két olyan egymást követő pont távolságát értjük, ahova a labda a pályára esik. Az első pattanás hossza $80\,m$, és ez egyben az A_0 és A_1 pontok távolsága. A második pattanástól kezdődően minden pattanás hossza fele az őt megelőzőnek.

a) Határozd meg az A_0 és A_5 pontok távolságát!

b) Eshet-e a labda a pályára pontosan $158,75\,m$ távolságra az A_0 ponttól? Indokold meg a választ!

2. feladat.

Adott az $(a_n)_{n\geq 1}$ számtani sorozat, melyben $a_7 = 20, a_{10} = 29$ és legyen $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$.

a) Határozd meg a számtani sorozat első tagját és állandó különbségét!

b) Számítsd ki a T értékét, ha:

$$T = f(a_1) + f(a_4) + f(a_7) + \ldots + f(a_{40}).$$

c) Oldd meg az $\mathbb{R}$-ben a következő egyenletet:

$$2 + 8 + 14 + \ldots + x = 1180.$$

.

3. feladat.

Legyen az $ABCD$ négyszög egy paralelogramma és $\{O\} = AC \cap BD$. Vegyük fel a P és Q pontokat úgy, hogy $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ és $\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$.

a) Készíts a feladat adatainak megfelelő rajzot!

b) Ha $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ és $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, fejezd ki az $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{AP}$ és $\overrightarrow{OP}$ vektorokat az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorok segítségével!

c) Igazold, hogy az A, Q és P pontok kollineárisak!

4. feladat.

Ha $[u]$ az u valós szám egész részét jelöli, igazold, hogy bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén teljesül a következő egyenlőtlenség:

$$\left[\frac{2-x}{2}\right] + \left[\frac{1-x}{2}\right] + \left[\frac{x-1}{2}\right] + \left[\frac{x-2}{2}\right] \leq -1.$$

Minden feladatot részletesen oldj meg, indokold meg válaszaidat!
Munkaidő 3 óra.
Minden feladatot 0-től 7-ig pontozunk.