MINISTERUL EDUCAȚIEI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN COVASNA
KOVÁSZNA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HARGHITA
HARGITA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE

# „ADOLF HAIMOVICI" ALKALMAZOTT MATEMATIKA VERSENY

**Körzeti szakasz, 2023. február 11.**

## IX. osztály

**(4 órás program)**

**1. feladat**

A valós számok halmazán oldd meg a következő egyenletet:

$$2021x - 2019 = \{x\}^2 + 2023\{x\},$$

ahol $\{x\}$ az $x$ valós szám törtrészét jelöli.

**2. feladat**

Igazold, hogy bármely $a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$ esetén teljesül a következő egyenlőtlenség:

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \leq \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c}.$$

**3. feladat**

Adottak az $x > 0$ és $y > 0$ valós számok. Az $ABC$ háromszögben a $D$ és $E$ pontok az $AB$ illetve $AC$ oldalakon találhatóak úgy, hogy $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{x}$ és $\frac{AE}{CE} = \frac{1}{y}$. Ha $F$ a $DE$ szakasz azon pontja, melyre $\frac{DF}{EF} = y + 1$ és $\{G\} = AF \cap BC$, akkor igazold, hogy $BG > CG$.

**4. feladat**

Igazold, hogy az $x^2 + px + q = 0$ egyenletnek nincs racionális megoldása, ha $p$ és $q$ páratlan egész számok!

*Gazeta Matematică*

*Minden feladatot részletesen oldj meg, indokold meg válaszaidat!*
*Munkaidő 3 óra.*
*Minden feladatot 0-től 7-ig pontozunk.*