MINISTERUL EDUCAȚIEI

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN COVASNA
KOVÁSZNA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HARGHITA
HARGITA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa zonală, 11 februarie 2023

Clasa a IX-a

(4 ore/săptămână)

Problema 1.
Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația:

$$2021x - 2019 = \{x\}^2 + 2023\{x\},$$

unde $\{x\}$ este partea fracționară numărului real x.

Problema 2.
Arătați că pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$ are loc inegalitatea:

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \leq \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c}.$$

Problema 3.
Fie numerele reale $x > 0$ și $y > 0$. În triunghiul ABC punctele D și E se află pe laturile AB respectiv AC, astfel încât $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{x}$ și $\frac{AE}{CE} = \frac{1}{y}$. Fie punctul F pe segmentul DE, astfel încât $\frac{DF}{EF} = y + 1$ și fie $\{G\} = AF \cap BC$. Arătați că $BG > CG$.

Problema 4.
Demonstrați că ecuația $x^2 + px + q = 0$ nu are soluții raționale dacă p și q sunt numere întregi impare.

Gazeta Matematică

Toate problemele sunt obligatorii, justificați răspunsurile date!
Timp de lucru 3 ore.
Toate problemele sunt notate de la 0 la 7 puncte.