25. Adolf Haimovici Alkalmazott Matematikaverseny
Körzeti szakasz, 2023. február 11.

X. osztály
3 órás program

1. feladat.

Oldjuk meg a következő egyenletet: $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}} = \frac{a}{x}$, ahol a egy valós szám.

2. feladat.

Ha z egy olyan komplex szám, amelyre $|z| \leq \frac{1}{2}$, akkor mutassuk ki, hogy:

$$|z^2 + z + \frac{1}{4}| \leq 1$$

.

3. feladat.

Határozzuk meg a következő függvények maximális értelmezési tartományait:

a.) $f : D \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{\sqrt{x^2-3x}}{x+2}$

b.) $f : D \to \mathbb{R}, f(x) = \log_{x+1}(4-x^2)$

c.) $f : D \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{1-cosx}$

4. feladat.

Adottak az $a \geq b > 1$ valós számok. Határozzuk meg az: $E(a,b) = \log_{a^2} \frac{a^{2022}}{b^{2023}} + \log_{b^2} \frac{b^{2022}}{a^{2023}}$ kifejezés maximumát!

Minden feladatot részletesen oldj meg, indokold meg válaszaidat!
Munkaidő 3 óra.
Minden feladatot 0-től 7-ig pontozunk.