Al 25-lea Concurs Național de Matematică Aplicată "Adolf Haimovici"
Etapa zonală, 11 februarie 2023

Clasa a X-a
3 ore/săptămână

Problema 1.

Să se rezolve ecuația: $\dfrac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}=\dfrac{a}{x}$, a fiind un număr real.

Problema 2.

Dacă z este un număr complex, astfel încât $|z|\leq\dfrac{1}{2}$, atunci să se arată, că:

$$|z^2+z+\frac{1}{4}|\leq 1$$

Problema 3.

Stabiliți domeniul maxim de definiție al următoarelor funcții:

a.) $f:D\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-3x}}{x+2}$

b.) $f:D\to\mathbb{R}, f(x)=\log_{x+1}(4-x^2)$

c.) $f:D\to\mathbb{R}, f(x)=\sqrt{1-cosx}$

Problema 4.

Se dă numerele reale $a\geq b>1$. Să se determine valoarea maximă a expresiei:

$$E(a,b)=\log_{a^2}\frac{a^{2022}}{b^{2023}}+\log_{b^2}\frac{b^{2022}}{a^{2023}}$$

Toate problemele sunt obligatorii, justificați răspunsurile date!
Timp de lucru 3 ore.
Toate problemele sunt notate de la 0 la 7 puncte.