27. Adolf Haimovici Alkalmazott Matematikaverseny
Körzeti szakasz, 2025. február 15.

X. osztály - H1 - Szakközép

1. feladat.

a) Számítsd ki a $\dfrac{\log_2 48}{\log_6 2} - \dfrac{\log_2 3}{\log_{96} 2}$ művelet eredményét!

b) Igazold, hogy $\log_{3+2\sqrt{2}}(3-2\sqrt{2}) + \log_{3-2\sqrt{2}}(3+2\sqrt{2}) = -2$.

c) Legyen $a = \lg 45$ és $b = \lg 75$. Fejezd ki a $\lg 15$ értékét az a és b függvényében!

2. feladat. Adott a $z = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$ komplex szám, és $S_n = 1 + z + z^2 + \cdots + z^n, n \in \mathbb{N}$.

a) Igazold, hogy $z^2 + z + 1 = 0$.

b) Határozd meg az S_5 és S_6 értékét!

3. feladat. Igazold, hogy az

$$E(x,y) = \frac{x - x\sqrt{y} + y\sqrt{x} - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \cdot \frac{2}{\sqrt{x} - \sqrt{xy} + \sqrt{y}}$$

algebrai kifejezés értéke állandó bármely $x, y > 0$, $x \neq y$ valós szám esetén!

4. feladat. Egy üzletben egy adott termékből m darabot adnak el p lej/darab áron. Egy másik üzletben n darabbal többet adnak el, mint az elsőben, 40 lej/darab áron. Egy harmadik üzletben n darabbal kevesebbet adnak el, mint az elsőben, 60 lej/darab áron. Tudva azt, hogy a termék eladásából ugyanakkora pénzösszeg folyik be mindhárom üzletbe, határozd meg egy darab termék árát az első üzletben!

Minden feladatot részletesen oldj meg, indokold meg válaszaidat!
Munkaidő 3 óra.
Minden feladatot 0-től 7-ig pontozunk.