27. Adolf Haimovici Alkalmazott Matematikaverseny
Körzeti szakasz, 2025. február 15.

IX. osztály - H2 - Természettudomány

1. feladat.

Egy folyó partján álló ember 60°-os szög alatt látja a túlsó parton levő fát. Ha eltávolodik 20 méterrel a parttól, akkor ugyanaz a fa 30°-os szög alatt látszik. Számítsd ki a fa magasságát és a folyó szélességét!

2. feladat.

Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget :

$$\min(1-2x, 2-x) \geq \max(x+1, 2x-1),$$

ahol a $\min(a,b)$ szimbólum jelöli az a és b számok közül a kisebbet, illetve a $\max(a,b)$ szimbólum pedig az a és b számok közül a nagyobbat.

3. feladat.

Jelölje S_n az $(a_n)_{n\geq 1}$ sorozat első n tagjának összegét.

a) Ha $S_n = n^2 + 3n$, igazold, hogy $(a_n)_{n\geq 1}$ számtani sorozat.

b) Számítsd ki a következő összeget:

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}+\sqrt{a_3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{a_{510}}+\sqrt{a_{511}}}.$$

4. feladat.

Az ABC háromszög síkjában adott a D, E, F, M, N pont úgy, hogy:

$$\overrightarrow{BD} = 4\overrightarrow{DA},\ \overrightarrow{CE} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CA},\ \overrightarrow{BF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{FC},\ \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0},\ \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{NE}\,.$$

a) Fejezd ki az $\overrightarrow{MN}$ vektort az $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{AC}$ vektorok függvényében!

b) Határozd meg az x valós számot tudván azt, hogy a DEF és ABC háromszögek területeire igaz a $T_{DEF_\Delta} = x \cdot T_{ABC_\Delta}$ összefüggés!

Minden feladatot részletesen oldj meg, indokold meg válaszaidat!
Munkaidő 3 óra.
Minden feladatot 0-tól 7-ig pontozunk