Examenul de bacalaureat 2018
Simularea probei E.c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ *M_matematică-informatică*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$b_1(q^4-1)=20$, $b_1(q^3-q)=6$ de unde $3q^2-10q+3=0$ q=$\frac{1}{3}$, $b_1=-\frac{81}{4}$ și q=3, $b_1=\frac{1}{4}$	**2p** **1p** **2p**
2.	$x+1\neq 0$ și $x-1\neq 0 \Rightarrow x\in \mathbf{R}\setminus\{-1,1\}$ $6+3(x-1)=2(x+1)+x^2-1$ $x^2-x-2=0 \Rightarrow x_1=-1$ și $x_2=2$, dar $x\neq -1 \Rightarrow$ soluția: $x=2$	**2p** **1p** **2p**
3.	$f(81)=\frac{1}{\sqrt{81}}=\frac{1}{9}$ $(f\circ f)(81)=f(f(81))=f\left(\frac{1}{9}\right)=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9}}}=\frac{1}{\frac{1}{3}}=3$	**2p** **3p**
4.	Graficul intersectează axa Ox în două puncte dacă $\Delta>0$. $\Delta=4(5m+9)$ $\Delta>0 \Rightarrow m\in(-\frac{9}{5},+\infty)$	**2p** **1p** **2p**
5.	BAD_{Δ} echilateral , deci BD=3 cm, m(CBD$\sphericalangle$)=60^o $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BC}=BD\cdot BC\cdot\cos(CBD\sphericalangle)=\frac{9}{2}$	**2p** **3p**
6.	Fie $AA'\perp BC$. În triunghiul dreptunghic ABA', $AA'=3$ (numere pitagorice) $A_{ABC}=\frac{BC\cdot AA'}{2}=\frac{8\cdot 3}{2}=12$ și $\frac{p}{2}=\frac{a+b+c}{2}=\frac{18}{2}=9$ $r=\frac{A_{ABC}}{p}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$	**1p** **2p** **2p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a)	A matrice inversabilă $\Rightarrow \det(A)\neq 0$ $\det(A)=6m-18$ $6m-18\neq 0 \Rightarrow m\in\mathbf{R}\setminus\{3\}$	**2p** **2p** **1p**
b)	$\det(A)=-6$, $A^{-1}=\frac{1}{\det A}A^*$ ${}^tA=\begin{pmatrix}2&0&4\\3&1&3\\4&2&-1\end{pmatrix}$, $A^*=\begin{pmatrix}-7&15&2\\8&-18&-4\\-4&6&2\end{pmatrix}$ și $A^{-1}=\frac{1}{6}\begin{pmatrix}7&-15&-2\\-8&18&4\\4&-6&-2\end{pmatrix}$	**1p** **4p**
c)	$X=A^{-1}B$ $B=6\begin{pmatrix}1&2&2\\-2&1&2\\1&-2&1\end{pmatrix}$ și $X=\begin{pmatrix}35&3&-18\\-40&-6&24\\14&6&-6\end{pmatrix}$	**1p** **4p**
2.a)	$x,y\in G, \Rightarrow x>3, y>3$ $x\circ y=xy-3x-3y+12=x(y-3)-3(y-3)+3=(x-3)(y-3)+3>3 \Rightarrow x\circ y\in G \Rightarrow$ G parte stabilă.	**1p** **3p** **1p**

b)	Operația este asociativă dacă: (x o y) o z = x o (y o z), $\forall x, y \in G$ Verificarea proprietății	**2p** **3p**
c)	x o x o x o x = $(x-3)^4 + 3$ $(x-3)^4 + 3 = 5^4 + 3 \Rightarrow (x-3)^4 = 5^4 \Rightarrow x - 3 = 5$ sau $x - 3 = -5$ $x = -2 \notin G$ deci soluția: x = 8	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{\substack{x\to -e \\ x>-e}} f(x) = -\infty$ și $\lim\limits_{\substack{x\to e \\ x<e}} f(x) = +\infty \Rightarrow$ x = - e și x = e asimptote verticale. Domeniul de definiție este un domeniu mărginit, deci funcția nu are asimptote orizontale sau oblice.	**4p** **1p**
b)	$f'(x) = \dfrac{2e}{e^2 - x^2}$, $x \in (-e, e)$ $f''(x) = \dfrac{4ex}{\left(e^2 - x^2\right)^2}$. $f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0$, punctul P(0, 0) punct dec inflexiune pentru funcția f.	**2p** **2p** **1p**
c)	$f\left(\dfrac{1}{x}\right) = \ln\dfrac{ex+1}{ex-1}$ $\lim\limits_{x\to\infty} xf\left(\dfrac{1}{x}\right) = \lim\limits_{x\to\infty} x\ln\dfrac{ex+1}{ex-1} = \lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(\dfrac{ex+1}{ex-1}\right)^x = \ln\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{ex+1}{ex-1}\right)^x =$ $= \ln\lim\limits_{x\to\infty}\left[\left(1+\dfrac{2}{ex-1}\right)^{\frac{ex-1}{2}}\right]^{\frac{2x}{ex-1}} = \ln e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x}{ex-1}} = \ln e^{\frac{2}{e}} = \dfrac{2}{e}.$	**1p** **2p** **2p**
2.a)	*F* este o primitivă a funcției *f* dacă F este derivabilă și $F'(x) = f(x), \forall x \in [1,2]$ $F'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}-1}\cdot\left(\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}\right)' =$ $= \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}-1}\cdot\dfrac{\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} - (\sqrt{x^2+1}-1)}{x^2} = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2+1}} = f(x)$	**1p** **2p** **2p**
b)	F este strict crescătoare pe $[1,2]$dacă $F'(x) > 0, , \forall x \in [1,2]$ $F'(x) = f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2+1}} > 0, \forall x \in [1,2] \Rightarrow$ F este strict crescătoare pe $[1,2]$	**2p** **3p**
c)	$\int f(x)\cdot\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}dx = \int \dfrac{1}{x\sqrt{x^2+1}}\cdot\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}dx =$ $= \int \dfrac{x^2}{x^2+1}dx = \int \dfrac{x^2+1-1}{x^2+1}dx = \int 1 - \dfrac{1}{x^2+1}dx =$ x- arctgx +C	**1p** **4p**