Examenul de bacalaureat 2018
Simularea probei E.c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ *M_st-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10**

SUBIECTUL I(30 de puncte)

1.	$a_n = 2 + 5(n-1) = 5n - 3$ $5n - 3 = 2017$ $n = 404$, deci 2017 aparţine progresiei.	**2p** **2p** **1p**
2.	$x = [x] + \{x\}$ $[\sqrt{5} - 1] = 1; \quad 1 \le \sqrt{5} - 1 \le 2$ $\{\sqrt{5} - 1\} = \sqrt{5} - 1 - 1 = \sqrt{5} - 2$ $[-\sqrt{5}] = -3; \quad -3 \le -\sqrt{5} < -2$ $\{\sqrt{5} - 1\} + [-\sqrt{5}] - \sqrt{5} = \sqrt{5} - 2 - 3 - \sqrt{5} = -5$	 **2p** **2p** **1p**
3.	$V(2,3) \Rightarrow x_V = 2,\ y_V = 3$ $x_V = -\frac{b}{2a} \Rightarrow -\frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = -4$ $y_V = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow -\frac{a^2 - 4b}{4} = 3 \Rightarrow b = 7$ Rezultă $f(x) = x^2 - 4x + 7$ şi $f(3) = 4$	**1p** **1p** **2p** **1p**
4.	$x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \Rightarrow cosx = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$ $tgx = -\frac{3}{4}$	**3p** **2p**
5.	$cosA = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = -\frac{5}{28}$ $cosA < 0 \Rightarrow \hat{A} > 90°$.	**3p** **2p**
6.	Din $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, respectiv $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{NC} \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ Cum $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ rezultă că $\overrightarrow{MN}$ şi $\overrightarrow{BC}$ sunt vectori coliniari şi cum $MN \cap BC = \varnothing$ avem $MN \parallel BC$	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL II(30 de puncte)

1. **a)**	$A(x)$ este inversabilă$\Leftrightarrow detA(x) \neq 0$ $detA(x) = 4 \cdot (x-5) \cdot (x-1)$ $A(x)$ este inversabilă$\Leftrightarrow x \in \mathbb{R} - \{1,5\}$	**1p** **2p** **2p**
b)	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 25 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\det(A(0)) = 20$; $A^{-1}(0) = \frac{1}{\det A(0)} A^*(0)$ ${}^t A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 1 & 25 & 0 \end{pmatrix}$ şi $A^*(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 20 \\ 25 & -1 & -24 \\ -5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ de unde $A^{-1}(0) = \frac{1}{20}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 20 \\ 25 & -1 & -24 \\ -5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$	**2p** **3p**

c)	Înmulțind la dreapta cu inversa matricei $A(0)$ obținem $X=\left(A(0)\right)^{-1}\cdot B$	**2p**
	$X=\frac{1}{20}\begin{pmatrix}0 & 0 & 20\\ 25 & -1 & -24\\ -5 & 1 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\ 11\\ 1\end{pmatrix}=\frac{1}{20}\begin{pmatrix}20\\ -60\\ 20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ -3\\ 1\end{pmatrix}$	**3p**
2.	5*3=3	**2p**
a)	3*2=3	**2p**
	$5*3+3*4=6$	**1p**
b)	$(x*y)*z=x*(y*z),\forall x,y,z\in\mathbb{R}$	**1 p**
	$(x*y)*z=4xyz-12(xy+yz+xz)+36(x+y+z)-105$	**2 p**
	$x*(y*z)=4xyz-12(xy+yz+xz)+36(x+y+z)-105$	
	Deci, legea de compoziție este asociativă	**2p**
c)	$x*3=3,\forall x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$3*x=3,\forall x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$1*2*\ldots*100=(1*2)*3*(4*\ldots*100)=3<10$	**1p**

SUBIECTUL III(30 de puncte)

1.a)	f este descrescătoare dacă $f'(x)<0$.	**1p**
	$f'(x)=\left(\frac{e^x}{x^2}\right)'=\frac{(e^x)'(x^2)-e^x(x^2)'}{(x^2)^2}=\frac{e^xx^2-2xe^x}{x^4}=\frac{e^x(x-2)}{x^3}$, $x\in\mathbb{R}^*$.	**2p**
	$f'(x)=0, x=2$ și din tabelul de variație, rezultă că $f'(x)<0$, $\forall x\in(0,2)$, de unde rezultă că f este descrescătoare pe (0,2).	**2p**
b)	Ecuația tangentei în punctul de abscisă $x_0=1$: $y-f(1)=f'(1)(x-1)$	**1p**
	$f(1)=e$ și $f'(1)=-e$	**2p**
	Ecuația tangentei: $ex+y-2e=0$	**2p**
c)	$\sqrt{2}<\sqrt{3}$, f este descrescătoare pe (0,2), deci $f(\sqrt{2})>f(\sqrt{3})$	**2p**
	$f(\sqrt{2})=\frac{e^{\sqrt{2}}}{2}$, $f(\sqrt{3})=\frac{e^{\sqrt{3}}}{3}$	**1p**
	Atunci $\frac{e^{\sqrt{2}}}{2}>\frac{e^{\sqrt{3}}}{3}$, de unde rezulta ca $2e^{\sqrt{3}}<3e^{\sqrt{2}}$.	**2p**
2.a)	f contiună pe $\mathbb{R}\Longrightarrow f$ admite primitive pe $\mathbb{R}$	**1p**
	f continuă pe $(-\infty,1)$ și $(1,+\infty)$	**1p**
	f continuă în punctul de abcisă $x_0=1$	
	$\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}f(x)=f(1)=3$	**2p**
	f admite primitive pe $\mathbb{R}$	**1p**
b)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\begin{cases}x^2+x+c_1, x<1\\ lnx-\frac{2}{x}+c_2, x\geq1\end{cases}$	**1p**
	$F(1)=0\Longrightarrow c_2=2$	
	F derivabilă în $x_0=1\Longrightarrow$F continuă în $x_0=1\Longrightarrow\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}F(x)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}F(x)=F(1)=0$	**1p**
	$2+c_1=0\Longrightarrow c_1=-2$	**1p**
	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\begin{cases}x^2+x-2, x<1\\ lnx-\frac{2}{x}+2, x\geq1\end{cases}$	**2p**
c)	G este o funcție convexă, $G''(x)>0,\forall x\in(-\infty,1)$	**2p**
	G primitiva lui f$\Longrightarrow$ G'(x)=f(x)=2x+1, $\forall x\in(-\infty,1)$	**2p**
	$G''(x)=f'(x)=2$, $\forall x\in(-\infty,1)$	
	$G''(x)>0,\forall x\in(-\infty,1)\Longrightarrow G$ este o funcție convexă	**1p**