MINISTERUL EDUCAȚIEI
Societatea de Științe Matematice din România

Országos Matematika Olimpia
Megyei forduló - 2022. március 26.

V. osztály

1. feladat. Három kártyán három nullától és egymástól különböző számjegy van. Ha közülük kettőt egymás mellé teszünk a két lehetséges módon, akkor két olyan kétjegyű számot kapunk, amelyek közül egyik a harmadik számjegy 8-szorosa, a másik pedig a 14-szerese. Milyen számjegyek vannak a kártyákon?

Gazeta Matematică

2. feladat. Három barátnőnek együtt 2022 színes golyója van: Alexának csak piros golyói vannak, Krisztinának csak sárga golyói vannak, Lucának csak kék golyói vannak.

Egy csere során Alexa mindkét barátnőjének ajándékoz 5 piros golyót, Krisztina mindkét barátnőjének ajándékoz 7 sárga golyót, Luca mindkét barátnőjének ajándékoz 11 kék golyót.

Néhány ilyen csere után, Lucának 400 golyója van, Krisztinának 1082 golyója van, amelyből 602 sárga.

Hány piros golyója volt eredetileg Alexának?

3. feladat. Bizonyítsd be, hogy ha n és m olyan nemnulla természetes számok, amelyekre $2^n + 3^m$ négyzetszám, akkor $2^n \cdot 3^m$ is négyzetszám!

4. feladat. Egy természetes számot nevezzünk *különlegesnek*, ha $\overline{abcd}$ alakú, ahol a, b, c, d nemnulla számjegyek és $a \cdot c + b \cdot d$ négyzetszám.

a) Határozd meg a legkisebb és a legnagyobb különleges számot!

b) Bizonyítsd be, hogy az összes különleges szám összege osztható 101-gyel!

Munkaidő 2 óra + 30 perc a feladatok kijelentésével kapcsolatos kérdések megválaszolására.
Minden feladatra 7 pont szerezhető.