IV. országos magyar matematikaolimpia
XXXI. EMMV
megyei szakasz, 2022. március 5.

VII. osztály

1. feladat. Állapítsd meg, hogy az $A \cdot B$ racionális szám-e, ha

$$A = \left(\frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{10}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right)^{-1}$$

és

$$B = \sqrt{\frac{1 \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 18 + 3 \cdot 9 \cdot 27 + \ldots + 2022 \cdot 6066 \cdot 18198}{1 \cdot 5 \cdot 25 + 2 \cdot 10 \cdot 50 + 3 \cdot 15 \cdot 75 + \ldots + 2022 \cdot 10110 \cdot 50550}}.$$

2. feladat. Oldd meg az egész számok halmazán a következő egyenletet:

$$3x + y - 2xy = 0.$$

3. feladat. Az $ABCD$ derékszögű trapézban $AB \parallel CD$, $AB > CD$, a BD átló a trapéz B hegyesszögének szögfelezője. Legyen $CM \perp BD$, $M \in BD$, és legyen N, illetve P az M pont AB és AD szerinti szimmetrikusa. Igazold, hogy:

a) P, A, N kollineáris pontok;

b) $BDPN$ négyszög paralelogramma!

4. feladat. Az $ABCD$ paralelogrammában legyen E, F, G és H rendre az AB, BC, CD és DA oldalak felezőpontja. Legyen $AF \cap CE = \{M\}$, valamint $AG \cap CH = \{N\}$. Számítsd ki az $ABCD$ paralelogramma területének és az $AMCN$ négyszög területének arányát!

Megjegyzések: Minden feladat kötelező és 10 pontot ér, melyből hivatalból jár 1 pont. Munkaidő: 3 óra.