OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

28 ianuarie 2017

BAREM

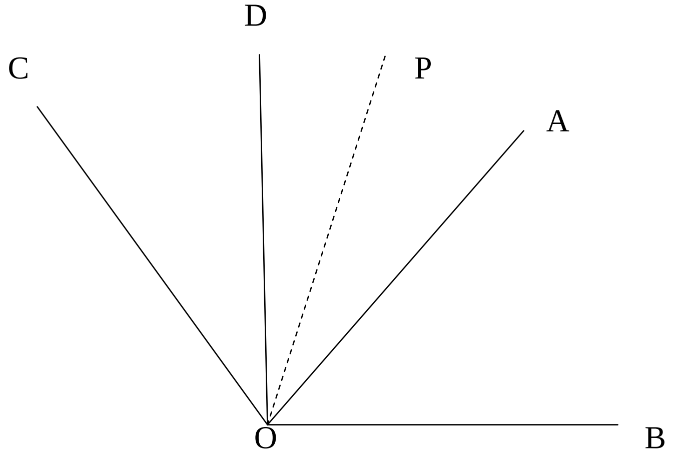
CLASA A VI-A

1.)	**Din oficiu**	**1p**
	$10=2\cdot 5, 12=2^2\cdot 3 \Rightarrow [10,12]=2^2\cdot 3\cdot 5=60$ Sunt 60 de bile în urnă.	**2p**
	Fie a,b,c numărul bilelor roșii, albe și galbene. a,b,c sunt numere prime $b \vdots 5$, b este prim $\Rightarrow b=5$	**2p**
	$a+b+c=60, b=5 \Rightarrow a+c=55$	**1p**
	Deoarece suma a două numere impare este par și suma $a+c=55$ este impar, rezultă că sau a sau c este par. Deci $a=2$ și $c=55-2=53$, sau $c=2$ și $a=53$, unde 2 și 53 sunt numere prime.	**3p**
	Sunt 2 bile roșii, 5 bile albe și 53 bile galbene, sau 53 bile roșii, 5 bile albe și 2 bile galbene.	**1p**

2.)	**Din oficiu**	**1p**
	Fie n numărul elevilor din școală, atunci $350 \le n \le 450$	**1p**
	Aplicând teorema împărțirii cu rest obținem: $n=5\cdot a+4$, $n=6\cdot b+4$, $n=7\cdot c+4$ și $n=8\cdot f$	**3p**
	Avem $n-4 \in M_5 \cap M_6 \cap M_7$ de unde se obține $n-4=k\cdot[5;6;7]$, deci $n-4=k\cdot 210$	**3p**
	Pentru ca n să se încadreze între 350 și 450 și să satisfacă condiția $n=8\cdot f$ se obține $n-4=420$, de unde $n=424$.	**2p**

3.)	**Din oficiu**	**1p**
a)	$a=\frac{1}{7}+\frac{9}{2\cdot 7}+\frac{10}{3\cdot 7}+...+\frac{70}{63\cdot 7}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{63}\right)$	**1p**
	$a=\frac{1}{7}\cdot\left(1+\frac{9}{2}+\frac{10}{3}+...+\frac{70}{63}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{63}\right)$	**1p**
	$7a=1+\frac{9}{2}+\frac{10}{3}+...+\frac{70}{63}-\left(\frac{7}{2}+\frac{7}{3}+...+\frac{7}{63}\right)$	**1p**
	$7a=1+\frac{2}{2}+\frac{3}{3}+...+\frac{63}{63} \Rightarrow 7a=63 \Rightarrow a=9 \Rightarrow a=3^2$	**1p**
b)	$4^{10}\cdot 8^6=\left(2^2\right)^{10}\cdot\left(2^3\right)^6=2^{20}\cdot 2^{18}=2^{38}$	**1p**
	$125^{14}=\left(5^3\right)^{14}=5^{42}$	**1p**
	$2^{38}\cdot 5^{42}=(2\cdot 5)^{38}\cdot 5^4=10^{38}\cdot 625=625\underbrace{0...0}_{38}$	**1p**
	$A=625\underbrace{0...0}_{38}+k$	**2p**

	Dacă k este cifră atunci $A = 625\underbrace{0...0}_{37}k$. $A \vdots 9 \Leftrightarrow (6+2+5+k) \vdots 9 \Leftrightarrow (13+k) \vdots 9$ $(13+k) \vdots 9 \Rightarrow 13+k = 18$ (cel mai mic) $\Rightarrow k=5$ Deci cel mai mic număr natural k pentru care $A \vdots 9$ este 5.	

4.)	**Din oficiu**	**1p**
	Desen corect 	**1p**
	a) Deoarece $m(\sphericalangle AOC) = m(\sphericalangle BOD)$ rezultă că unghiurile că $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle COD$ sunt congruente pentru că au același complement, $(\sphericalangle AOD)$.	**2p**
	$m(\sphericalangle COP) = m(\sphericalangle AOB) + 24^0 \Rightarrow m(\sphericalangle COD) + m(\sphericalangle DOP) = m(\sphericalangle AOB) + 24^0$ Se obține $m(\sphericalangle DOP) = 24^0$.	**1p**
	Dar $(OP$ este bisectoarea $\sphericalangle AOD$, deci $m(\sphericalangle AOD) = 2\, m(\sphericalangle DOP) = 48^0$.	**1p**
	Avem $m(\sphericalangle AOB) = m(\sphericalangle BOD) - m(\sphericalangle AOD) = 90^0 - 48^0 = 42^0$.	**1p**
	b) Dacă $(OD$ este bisectoarea $\sphericalangle COP$ atunci $m(\sphericalangle COD) = m(\sphericalangle DOP)$	**1p**
	Dar unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle COD$ sunt congruente și $\sphericalangle AOP$ cu $\sphericalangle DOP$, rezultă că $m(\sphericalangle AOB) = m(\sphericalangle AOP)$.	**1p**
	Deoarece $A \in \text{int}(\sphericalangle BOP)$ rezultă că $(OA$ este bisectoarea $\sphericalangle BOP$.	**1p**