OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

28 ianuarie 2017

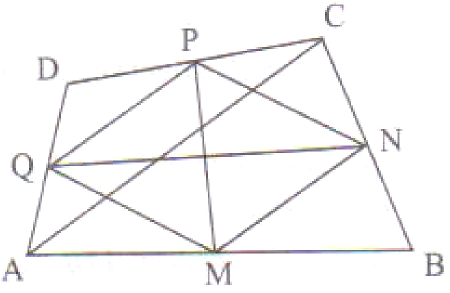
BAREM

CLASA A VII-A

1.)	**Din oficiu**	**1p**
	a) $x=\sqrt{64+8}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$	**1p**
	$y=2\sqrt{25}=2\cdot 5=10$	**0,5p**
	$z=-3\cdot 2\sqrt{2}=-6\sqrt{2}$	**1p**
	$x+y+z=10$	**0,5p**
	b) Condiţiile de existenţă: $x+1\neq 0 \Rightarrow x\neq -1$ și $\frac{3x-5}{x+1}\geq 0$	**1p**
	$\frac{3x-5}{x+1}=\frac{3(x+1)-8}{x+1}=3-\frac{8}{x+1}\in\mathbb{N}$	**1p**
	$\frac{8}{x+1}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow x+1\in\{-1;-2;-4;-8;1;2;4;8\}\Leftrightarrow x\in\{-2;-3;-5;-9;0;1;3;7\}$	**1p**
	pentru $x\in\{0;1\}$ avem $\frac{3x-5}{x+1}<0$, deci condiția de existență nu este satisfăcută pentru $x\in\{-2;-3;-5;-9;3;7\}$ obținem $\frac{3x-5}{x+1}\in\{11;7;5;4;1;2\}$ (*)	**1p**
	Dar $\sqrt{\frac{3x-5}{x+1}}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\frac{3x-5}{x+1}=k^2,\ k\in\mathbb{N}$ (**)	**1p**
	Din (*) și (**) obținem $\frac{3x-5}{x+1}\in\{4;1\}$ pentru $x\in\{-9;3\}$	**1p**

2.)	**Din oficiu**	**1p**
	Fie a, b, c numărul timbrelor din albumele 1., 2., 3., în ziua de marţi. $\frac{a}{13}=\frac{b}{20}=\frac{c}{15}=k\Rightarrow a=13k, b=20k, c=15k$ Fie a',b',c' numărul timbrelor din albumele 1., 2., 3., în ziua de vineri. $\frac{a'}{36}=\frac{b'}{19}=\frac{c'}{25}=k'\Rightarrow a'=36k', b'=19k', c'=25k'$	**2p**
	$a+b+c=a'+b'+c'\Rightarrow 48k=80k'\Rightarrow k'=\frac{48}{80}k=0{,}6k$	**2p**
	$a'-a=36\cdot 0{,}6k-13k=21{,}6k-13k=8{,}6k>0$ $b'-b=19\cdot 0{,}6k-20k=11{,}4k-20k<0$ $c'-c=25\cdot 0{,}6k-15k=15k-15k=0$ $8{,}6k=86\Rightarrow k=10$ $k=10\Rightarrow$Paul a avut $48\cdot 10=480$ timbre.	**5p**

3.)	**Din oficiu**	**1p**
	a) Desen	**1p**

		
	Deoarece $[MN]$ este linie mijlocie în triunghiul *ABC* şi $[QP]$ este linie mijlocie în triunghiul *DAC*, rezultă că $MN = QP = \frac{AC}{2}$ şi $MN \parallel QP \parallel \mathrm{AC}$.	**2p**
	$MN = QP, MN \parallel QP \Rightarrow QPNM$ este paralelogram $QPNM$ este paralelogram$\Rightarrow$punctul de intersecţie ale diagonalelor *QN* şi *PM* este mijlocul acestora, şi deoarece *I* este mijlocul lui $[MP]$, rezultă că *I* este mijlocul lui $[QN]$	**2p**
	b) $DP = PC \Rightarrow A_{[DAP]} = A_{[PAC]}$, $A_{[PAC]} = \frac{A_{[DAC]}}{2}$ $CN = NB \Rightarrow A_{[CAN]} = A_{[NAB]}$, $A_{[NAC]} = \frac{A_{[CAB]}}{2}$ $A_{[PANC]} = A_{[PAC]} + A_{[NAC]} = \frac{A_{[DAC]} + A_{[CAB]}}{2} = \frac{A_{[ABCD]}}{2} = 15\ \text{cm}^2$	**4p**

4.)	**Din oficiu**	**1p**
	a) Desen	**1p**
	A O mediană, unde *O* este centrul paralelogramului	**1p**
	$AM = \frac{2}{3} AO \Rightarrow$ *M* este centrul de greutate al triunghiului *ABD.*	**2p**
	b) Fie $\{Q\}= DM \cap AB \Rightarrow$ Q este mijlocul segmentului [AB]	**1p**
	$\Delta AQD \equiv \Delta BQN\,(U.L.U.) \Rightarrow$[AD]$\equiv$[BN],de unde [BC]$\equiv$[BN]	**2p**
	În triunghiul ACN, [AB] şi [NO] sunt mediane $\Rightarrow$P este centrul de greutate al triunghiului ACN şi $\frac{OP}{PN} = \frac{1}{2}$	**2p**