

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $2^{-1} + 2^{-2} = 0,75$.
- 5p 2. A valós számok halmazán oldd meg a következő egyenlőtlenséget $\frac{2}{x-3} < 0$.
- 5p 3. A valós számok halmazán oldd meg a következő egyenletet $\sqrt{x+2} = x+2$.
- 5p 4. Egy bankba egy számlára betettek 900 lej $p\%$ éves kamattal. Számítsd ki p értékét, tudva, hogy egy év után a számlán 1008 lej lesz.
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak a következő pontok $O(0,0)$ és $A(2,3)$. Határozd meg a B pont koordinátáit tudva, hogy A az (OB) szakasz felezőpontja.
- 5p 6. Határozd meg egy hegyes szög x mértékét, tudva azt, hogy $\frac{\sin x + 4 \cos x}{\cos x} = 5$.

II. FELADAT

(30 pont)

1. Adott a $H(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol $x \in (0, +\infty)$.
- 5p a) Igazold, hogy $\det(H(x)) = 1$, bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén.
- 5p b) Határozd meg az a , $a > 0$, valós számot úgy, hogy $H(x) \cdot H(a) = H(x)$, bármely $x > 0$ esetén.
- 5p c) Számítsd ki a $H(1) + H(2) + \dots + H(2012)$ mátrix determinánsát.
2. Az $\mathbb{R}[X]$ halmazon adott az $f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1$ polinom, amelynek gyökei x_1, x_2, x_3 .
- 5p a) Igazold, hogy az f polinom osztható $X - 1$ polinommal.
- 5p b) Számítsd ki $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ értékét.
- 5p c) Ellenőrizd, hogy $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 13$.

III. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = 0$.
- 5p b) Igazold, hogy az f függvény növekvő a $(4, +\infty)$ intervallumon.
- 5p c) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez húzott függőleges aszimptota egyenletét.
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy az $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = xe^x - e^x + 2012$ függvény egy primitív függvénye az f függvénynek.
- 5p b) Számítsd ki $\int_1^e f(\ln x) dx$ értékét.
- 5p c) Számítsd ki annak a testnek a térfogatát amelyet a $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ függvény Ox tengely körüli forogatásával kapunk.