

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICA

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $2^{-1} + 2^{-2} = 0,75$.
- 5p 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\frac{2}{x-3} < 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+2} = x+2$.
- 5p 4. La o bancă a fost depusă într-un depozit suma de 900 lei cu o dobândă de $p\%$ pe an. Calculați p , știind că, după un an, în depozit suma este de 1008 lei.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ și $A(2,3)$. Determinați coordonatele punctului B , știind că A este mijlocul segmentului (OB) .
- 5p 6. Determinați măsura x a unui unghi ascuțit, știind că $\frac{\sin x + 4\cos x}{\cos x} = 5$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $H(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, cu $x \in (0, +\infty)$.
- 5p a) Arătați că $\det(H(x)) = 1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați numărul real a , $a > 0$, astfel încât $H(x) \cdot H(a) = H(x)$, pentru orice $x > 0$.
- 5p c) Calculați determinantul matricei $H(1) + H(2) + \dots + H(2012)$.
2. În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .
- 5p a) Arătați că polinomul f se divide cu $X - 1$.
- 5p b) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
- 5p c) Verificați dacă $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 13$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$.
- 5p a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = 0$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f este crescătoare pe intervalul $(4, +\infty)$.
- 5p c) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.
- 5p a) Arătați că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = xe^x - e^x + 2012$ este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Calculați $\int_1^e f(\ln x) dx$.
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$,
 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$.