



MINISTERUL EDUCAȚIEI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
26 martie 2022

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera tehnologică – toate profilurile

X. osztály

1. feladat.

- a) Bizonyítsátok, hogy $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a$ természetes szám, bármely a, b, c 1-től különböző pozitív valós számok esetén.
- b) Oldjátok meg a következő egyenletet $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_{n-1} n = 10$ ha tudjuk, hogy $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$.

2. feladat.

- a) Adottak a 0, 1, 2, 3, 4 számjegyek. Hány páronként különböző három számjegyű szám alkotható ezekkel a számjegyekkel? Az előző számok közül, hány 10-zel osztható szám van?
- b) Határozzátok meg a annak a tagnak a rangját a következő kifejtésben $\left(\sqrt[3]{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} \right)^{43}$, ahol teljesül, hogy x és y hatványa egyenlő.

3. feladat.

Adott $z_1 = -2 + 2i$, $z_2 = 2 + 2i$ komplex számok.

- a) Bizonyítsátok, hogy $z_1^{2022} + z_2^{2022} = 0$.
- b) Bizonyítsátok, hogy a Descartes-féle koordináta-rendszer O origója az $[AB]$ szakasz oldalfelezőjén található, ahol A és B a z_1 és z_2 komplex számok affixuma.

4. feladat.

Adottak az $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(t) = -2^{\frac{t}{10}-2}$ és $g: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(t) = \log_3(t+1)$ függvények, melyek azokat a műveleteket jelképezik ami alapján csökken, illetve növekszik a hőmérséklet (Celsius fokban) egy hűtőszobában, ahol t az időt jelképezi, percben kifejezve, miközben a szoba hűtőrendszere működik vagy ki van kapcsolva. Tudvan, hogy a hűtőberendezés bekapcsolása pillanatában a szobában 12°C volt, határozzátok meg:

- a) A hűtőszoba belső hőmérsékletét a hűtőrendszer 70 perc folyamatos működése után.
- b) Mennyi idő után éri el a hűtőszoba belső hőmérséklete a -16°C -ot, ha 70 perc folyamatos működés után a hűtőrendszer kikapcsol.

Megjegyzés: Munkaidő: 3 óra; Minden feladat kötelező. Minden feladatra 0 és 7 pont közötti pontszám szerezhető