



Matematika tantárgyverseny
Megyei forduló, 2018. március 10.

X. OSZTÁLY

2. változat

1. feladat. Határozd meg az $x \in \mathbb{R}$ számot, ha

$$\log_2(x^2 + 4) - \log_2 x + x^2 - 4x + 2 = 0.$$

2. feladat. Igazold, hogy

$$\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} + \sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}}$$

irracionális bármely $n \geq 2$ természetes szám esetén!

Gazeta Matematică

3. feladat. Az a, b, c szigorúan pozitív valós számokra $1 < b \leq c^2 \leq a^{10}$ és

$$\log_a b + 2 \log_b c + 5 \log_c a = 12.$$

Igazold, hogy

$$2 \log_a c + 5 \log_c b + 10 \log_b a \geq 21.$$

4. feladat. Adott az $n \geq 2$ természetes szám. Határozd meg azokat a z komplex számokat, amelyekre egyszerre teljesülnek az alábbi összefüggések:

a) $z^n + z^{n-1} + \dots + z^2 + |z| = n;$

b) $|z|^{n-1} + |z|^{n-2} + \dots + |z|^2 + z = nz^n.$

Munkaidő 4 óra.

Minden feladatra 7 pont szerezhető.