



Matematika tantárgyverseny
Megyei forduló, 2018. március 10.

VII. OSZTÁLY

2. változat

1. feladat. Bizonyítsd be, hogy minden $n \in \mathbb{N}^*$ szám esetén a $\sqrt{n + \left[\sqrt{n} + \frac{1}{2} \right]}$ szám irracionális!

($[a]$ az a valós szám egész részét jelöli.)

Gazeta Matematică

2. feladat. Határozd meg azokat az (a, b) egész számokból álló számpárokat, amelyekre az $a^2 + 2b^2 + 2a + 1$ szám osztja a $2ab$ számot!

3. feladat. Az $ABCD$ téglalapban $E \in (CD)$ és $F \in (AD)$ tetszőleges pontok. Az E pontból az FB egyenesre húzott merőleges a BC egyenest a P pontban metszi, az F pontból az EB egyenesre húzott merőleges az AB egyenest a Q pontban metszi.

Igazold, hogy a P, D és Q pontok kollineárisak!

4. feladat. Az ABC háromszögben $m(\widehat{A}) = 80^\circ$ és $m(\widehat{C}) = 30^\circ$. Felvesszük az ABC háromszög belejében az M pontot úgy, hogy $m(\widehat{MAC}) = 60^\circ$ és $m(\widehat{MCA}) = 20^\circ$. Legyen N a BM és AC egyenesek metszéspontja.

Bizonyítsd be, hogy $(MN$ az \widehat{AMC} szög szögfelezője!

Munkaidő 4 óra.

Minden feladatra 7 pont szererezhető.