76. Országos Matematikaolimpia
Körzeti szakasz, 2026. február 14.
VII. osztály

1. feladat. Legyen

$$N=\frac{\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{1012}\right)\right]^{-1}}{\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2026}\right)}.$$

Igazold, hogy az N természetes szám!

2. feladat. Két telek területe egyenlő, mindkettő 48 m^2. Az egyik telek téglalap alakú, amelynek hosszúsága a szélességének háromszorosa, a másik pedig négyzet alakú.

a) Számítsd ki a négyzet alakú telek oldalának hosszát!

b) Számítsd ki a téglalap alakú telek oldalainak hosszát!

c) Mindkét földterületet drótkerítéssel kerítik be. Mutasd ki, hogy a téglalap alakú telek bekerítéséhez több méter drótkerítés szükséges, mint a négyzet alakú telek bekerítéséhez!

Gazeta Matematică – Supliment

3. feladat

a) Határozd meg azt az $\overline{ab}$ tízes számrendszerben felírt természetes számot, amelyre teljesül, hogy

$$3\sqrt{\overline{ab}}=2(a+b).$$

b) Határozd meg az a és b egész számokat, amelyekre teljesül a

$$\sqrt{5^2+12^2}\cdot|a+2|+\sqrt{b}=2\sqrt{7}+39$$

összefüggés.

4. feladat. Az $ABCD$ négyzetben E a CD oldal egy olyan pontja, amelyre $EC=2\cdot ED$, O pedig az átlók metszéspontja. Legyen $EF\perp AC$ úgy, hogy $F\in AB$, $EF\cap AC=\{N\}$, $EF\cap BC=\{P\}$, M pedig az EF szakasz felezőpontja. Igazold, hogy:

a) $BFED$ paralelogramma és $T_{BFED}=\frac{1}{3}\cdot T_{ABCD}$;

b) $AECF$ egyenlő szárú trapéz és $T_{AECF}=T_{ABCD}$;

c) az OP és MC egyenesek merőlegesek egymásra!

Minden feladatot részletesen oldj meg, indokold meg válaszaidat!
Munkaidő 3 óra.
Minden feladatot 0-tól 22,5-ig pontozunk és összesen 10 pont jár hivatalból