A 76-a olimpiadă Națională de Matematică
Etapa zonală, 14 februarie 2026

Clasa a VIII-a

Problema 1. Se consideră mulțimile $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq \frac{2x+1}{3} \leq 3 \right\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-2| \leq 3\}$.

a) Determinați mulțimile $A \cap B$ și $A \cup B$.

b) Arătați că numărul $a = \frac{\sqrt{3}+8}{2}$ aparține mulțimii B.

Problema 2. Fie triunghiul ABC dreptunghic în A și $AB = AC = 4\sqrt{2}$ cm. Pe planul triunghiului se ridică o perpendiculară în punctul A, pe care se consideră punctele E și F de aceeași parte a planului ABC, astfel încât $AE = 4\sqrt{3}$ cm și $AF = 4\sqrt{15}$ cm. Arătați că aria triunghiului EBC este media geometrică a ariilor triunghiurilor ABC și FBC.

Problema 3. Se consideră prisma patrulateră regulată $ABCDA'B'C'D'$ cu muchia bazei $AB = 2$ cm și muchia laterală $AA' = 2\sqrt{3}$ cm. Determinați:

a) tangenta unghiului dintre dreptele AC și $A'B$;

b) sinusul unghiului dintre dreptele BC' și CD'.

Problema 4.
Fie numărul $p = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \ldots + \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2024}}{\sqrt{2025 \cdot 2024}}$.

a) Demonstrați că p este număr rațional.

b) Dacă $p = \frac{a}{b}$ este fracție ireductibilă, determinați cel mai mic număr natural n pentru care

$$\sqrt{a+b+n} \in \mathbb{N}.$$

Toate problemele sunt obligatorii, justificați răspunsurile date!
Timp de lucru 3 ore.
Toate problemele sunt notate de la 0 la 22,5 puncte și în total 10 puncte din oficiu.