Examenul de bacalaureat 2016
Simularea probei E.c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ *M_mate-info*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică. **Varianta 5**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

I. TÉTEL (30 pont)

5p **1.** Határozd meg azt az x valós számot, amelyre $2x+1,\ 1,\ x$ egy csökkenő mértani haladvány egymás utáni tagjai!

5p **2.** Határozd meg azokat az $a,b\in R$ számokat, amelyre az $f:R\to R,\ f(x)=ax^2+4x+b$ függvény maximuma 2, és a függvény grafikus képe átmegy a koordináta rendszer kezdőpontján!

5p **3.** Számítsd ki $\operatorname{tg}x$ értékét, ha $\sin x=\dfrac{3}{5}$ és $x\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$.

5p **4.** Két egész szám különbsége 3, szorzatuk pedig az összegük kétszerese. Melyik ez a két szám?

5p **5.** Határozd meg azt az $a\in R$ számot, amelyre az $\vec{u}=(a-1)\vec{i}+2a\vec{j}$ és $\vec{v}=-\vec{i}-3\vec{j}$ vektorok kollineárisak!

5p **6.** A derékszögű koordináta rendszerben adottak az $A(-2,0)$; $B(2,-3)$; $C(1,4)$ pontok. Számítsd ki az ABC háromszög területét!

II. TÉTEL (30 pont)

1. Adott a $\begin{cases}3x+y-z=0\\ x+y+z=4\\ ax+y-z=b\end{cases}$; $a,b,x,y,z\in\mathbb{R}$ lineáris egyenletrendszer.

5p **a)** $a=2$ és $b=-1$ esetén oldd meg az egyenletrendszert!

5p **b)** Határozd meg b azon értékeit, amelyre $a=3$ esetén a rendszer összeférhetetlen!

5p **c)** $b=5$ és $a\in Z\setminus\{3\}$ esetén határozd meg az egyenletrendszer összes lehetséges egész megoldását!

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x\circ y=2xy-6x-6y+21$ műveletet $\forall x,y\in R$ esetén.

5p **a)** Igazold, hogy a "$\circ$" művelet asszociatív és kommutatív!

5p **b)** Határozd meg a "$\circ$" művelet semleges elemét!

5p **c)** Határozd meg azt az n természetes számot, amelyre $\underbrace{4\circ4\circ\ldots\circ4}_{n\text{-szer}}=1027$.

III. TÉTEL (30 pont)

1. Adott az $f:R\to R,\ f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{2x-3},\ \text{ha } x\le1\\ \ln x,\ \text{ha } x>1\end{cases}$ függvény.

5p **a)** Határozd meg az f függvény grafikus képe $-\infty$-be mutató ágának aszimptotáját!

5p **b)** Számítsd ki $f\,`(0)$ értékét!

5p **c)** Számítsd ki a $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(e^x)+f(e^{x^2})+\ldots+f(e^{x^{2015}})}{x^{2015}}$ határértéket!

2. Adott az $f:R\to R,\ f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+1},\ \text{ha } x\le0\\ e^x+3x,\ \text{ha } x>0\end{cases}$ függvény.

5p **a)** Igazold, hogy az f függvény primitiválható R-en!

5p **b)** Igazold, hogy az f függvény minden $F:R\to R$ primitív függvénye szigorúan növekvő R-en!

5p **c)** Számítsd ki az $\displaystyle\int\frac{x}{\sqrt{x^2+1}\,(x^2+2)}dx$ integrált!