Examenul de bacalaureat 2016
Simularea probei E.c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ *M_st-nat*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii. **Varianta 5**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați suma soluțiilor întregi ale inecuației $|x-2| \le 4$.

5p **2.** Arătați că șirul $(a_n)_{n\ge1}$, $a_n = 3n-2$ este o progresie aritmetică și determinați valoarea lui n pentru care $a_1 + a_2 + ... + a_n = 51$.

5p **3.** Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale dreptei $y = 2x-1$ cu parabola $y = x^2 - 3x + 5$.

5p **4.** Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$, calculați $(f\circ f)(0)$.

5p **5.** Fie *ABCD* un romb. Calculați produsul $\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}\right)$.

5p **6.** În triunghiul *ABC*, *AB=3*, *AC=4* și $m(\sphericalangle A)=60^\circ$. Determinați lungimea razei cercului circumscris triunghiului.

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}$, $Y=\begin{pmatrix}1&3&2\end{pmatrix}$, $B=I_3+A,\ C=I_3+aA,\ a\in\mathbb{R}$

5p **a)** Calculați matricea $S = A - X\cdot Y$.

5p **b)** Determinați $a\in\mathbb{R}$ astfel încât $BC = I_3$.

5p **c)** Arătați că $A^n = 14^{n-1}A$, oricare ar fi numărul natural $n,\ n\ge 2$.

2. Se consideră mulțimea $G=\left\{A_x \mid x\in\mathbb{Z}\right\}$, unde $A_x=\begin{pmatrix}1&2x&5x^2-2x\\0&1&5x\\0&0&1\end{pmatrix}, x\in\mathbb{Z}$

5p **a)** Arătați că $A_x\cdot A_y = A_{x+y}$ oricare ar fi $x,y\in\mathbb{Z}$.

5p **b)** Demonstrați că G este grup în raport cu înmulțirea matricelor.

5p **c)** Arătați că funcția $f:\mathbb{Z}\to G,\ f(x)=A_x$ este un izomorfism între grupurile $(\mathbb{Z},+)$ și $(G,\cdot)$.

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1. Fie funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=18x^2-\ln x$.

5p **a)** Studiați monotonia funcției *f*.

5p **b)** Determinați asimptotele graficului funcției *f*.

5p **c)** Determinați cel mai mare număr *a* pentru care $f(x)\ge a$, pentru orice $x\in(0,\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^{-x}$ și $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ F(x)=-f(x)+1$

5p **a)** Arătați că pentru $(\forall)x\in\mathbb{R}$ funcția F este o primitivă a funcției *f*.

5p **b)** Arătați că funcția $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ h(x)=F(x)-f(x)$ este concavă pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Calculați: $I=\int\left(f(-x)-\dfrac{3}{2x^2+6}\right)dx$.