

Examenul de bacalaureat 2016

Simularea probei E.c)

Probă scrisă la MATEMATICĂ *M\_pedagogic*

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

Varianta 5

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

I TÉTEL

(30 pont)

- 5p 1. Határozd meg az  $A \cap B$  halmaz legnagyobb egész szám elemét, ha  $A = (2012, 2016)$  és  $B = [2014, 2018]$ !
- 5p 2. Oldd meg  $\mathbb{R}$ -en a  $6 - 2(x - 1) \geq 10 - x$  egyenlőtlenséget!
- 5p 3. Határozd meg az  $a, b \in \mathbb{R}$  értékét tudva azt, hogy a  $2, a, b$  számok egy mértani haladvány, valamint a  $2, 17, a$  számok egy számtani haladvány egymást követő tagjai!
- 5p 4. Ha  $x_1$  és  $x_2$  az  $x^2 + mx + 5 = 0$  egyenlet gyökei, határozd meg az  $m \in \mathbb{R}$  paraméter értékét úgy, hogy  $2x_1 + x_1x_2 + 2x_2 = 3$
- 5p 5. Adott az ABCD téglalap. Bizonyítsd be, hogy az  $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{BC}$  és  $\vec{v} = \vec{BA} + \vec{BC}$  vektorok moduluszai egyenlőek!
- 5p 6. Az ABC háromszögben  $AB=9$ ,  $BC=12$  és  $AC=15$ . Számítsd ki  $\cos A$  értékét!

II TÉTEL

(30 pont)

- Az egész számok halmazán értelmezzük az alábbi műveleteket:  
 $x * y = x + y - 5$  și  $x \circ y = x \circ y = (x - 5)(y - 5) + 5$
- 5p a) Mutasd ki, hogy  $2 \circ (3 * 4) = (2 \circ 3) * (2 \circ 4)$ .
- 5p b) Oldd meg a  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  halmazon az  $\begin{cases} (x - 1) * (y + 2) = 2 \\ (x - y) \circ 3 = 7 \end{cases}$  egyenletrendszert!
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy a „ $\circ$ ” művelet asszociatív!
- 5p d) Tudva, hogy  $e_1$  semleges elem a „ $*$ ” műveletre nézve és  $e_2$  semleges elem a „ $\circ$ ” műveletre nézve, mutasd ki, hogy  $(e_1 * e_2) + (e_1 \circ e_2) = 11$ .
- 5p e) Oldd meg az  $x * x = x \circ x$ ,  $x \in \mathbb{Z}$  egyenletet!
- 5p f) Határozd meg az  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \circ (n - 2015) \leq 5\}$  halmaz elemeinek számát!

III TÉTEL

(30 pont)

- Adott az  $X(a) = \begin{pmatrix} 1 + 3a & 3a \\ -2a & 1 - 2a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrix.
- 5p a) Határozd meg az  $a$  valós paraméter értékét úgy, hogy  $X(a) = I_2$ , ahol  $I_2$  a másodrendű egységmátrix!
- 5p b) Ellenőrizd le a  $3X(1) - X(5) = 2X(-1)$  összefüggést!
- 5p c) Számítsd ki az  $X(2) \cdot X(-2)$  mátrixot!
- 5p d) Bizonyítsd be, hogy  $X(a)X(-1) = X(-1)X(a) = X(-1)$ .
- 5p e) Bizonyítsd be, hogy  $[X(a)]^2 = X(2a + a^2)$ .
- 5p f) Számítsd ki az  $X(1) + X(2) + \dots + X(100)$  összeget!