



**CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ – 11 martie 2023
Secțiunea H1**



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

Filiera tehnologică – toate profilurile

Clasa a IX –a

Subiectul 1.

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2m+5}{5-2m}x + 2, m \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{2}\right\}$.

- a) Determinați cel mai mare număr întreg m pentru care funcția f este strict crescătoare.
- b) Pentru $m=2$ determinați funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ care verifică relația $(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = 18x - 6, (\forall) x \in \mathbb{R}$.

Subiectul 2.

Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție cu proprietatea $5f(x) + 2f(-x) = 2x^3 + 5x$, pentru orice număr real x .

- a) Determinați funcția f .
- b) Demonstrați că funcția f este o funcție impară.
- c) Calculați suma $S = f(-100) + f(-99) + f(-98) + \dots + f(99) + f(100)$.

Subiectul 3.

Se consideră ecuația $(\sin a + \sin b)x^2 - 2(\cos a + \cos b)x - \sin a - \sin b = 0$, unde $a, b \in (0, \frac{\pi}{2}]$.

- a) Demonstrați identitatea $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2 = 4\cos^2 \frac{a-b}{2}$.
- b) Arătați că ecuația are rădăcini reale și distincte pentru orice $a, b \in (0, \frac{\pi}{2}]$.
- c) Determinați valoarea sumei $a+b$ știind că $x_1^2 + x_2^2 = 2$, unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației.

Subiectul 4.

La începutul unui concurs de orientare turistică participanților li se indică traseul de urmat: din punctul de plecare P se parcurg 500m spre nord, apoi 300m spre est, 900m spre sud și 600m spre vest, ajungând în final la sosire în punctul S.

Se consideră un sistem de coordonate cu originea în P, axa P_x pe direcția vest-est (sensul spre est) și axa P_y pe direcția sud-nord (sensul spre nord).

- a) Trasați, în sistemul ales, traiectoria unui concurent care a străbătut întreg traseul, la scara 1:10 000 și determinați coordonatele punctului de sosire S.
- b) Calculați modulul vectorului \overrightarrow{PS} din desenul trasat.
- c) Un concurent străbate întreg traseul cu viteza constantă de 5km/h, iar un arbitru parcurge doar distanța $|\overrightarrow{PS}|$ cu viteza constantă de 1,25km/h. Stabiliți care dintre cei doi ajunge primul în punctul S.