



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘIETAPA JUDEȚEANĂ - 11 martie 2023
Secțiunea H2FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică: profilul Real – specializarea Științe ale Naturii

Clasa a IX -a

Subiectul 1.

a) Fie mulțimile $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{|x^2 - 16|}{|5x - 8| - 13} \leq 0 \right\}$ și $B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{\frac{5-x}{36}} \in \mathbb{Q} \right\}$.

Aflați elementele mulțimii $A \cap B$.

b) Rezolvați ecuația $9x^2 + y^2 = 12x + 7y$, pentru x și y numere întregi.

Subiectul 2.

Se consideră șirurile $(a_n)_{n \geq 1}$ și $(b_n)_{n \geq 1}$ definite prin $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{5a_n + 3}{a_n + 3}$, $b_n = \frac{a_n - 3}{a_n + 1}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Arătați că șirul $(b_n)_{n \geq 1}$ este o progresie geometrică și aflați formula termenului general al șirului $(b_n)_{n \geq 1}$.

b) Arătați că $a_n \geq 2$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

Subiectul 3.

Două bazine sunt umplute cu apă, fiecare prin câte un robinet diferit. Robinetul primei piscine are pe parcursul primei ore debitul de a litri/oră. Pe parcursul celei de-a doua ore debitul este înjumătățit. Pe parcursul celei de-a treia ore debitul este înjumătățit din nou față de cel anterior și tot așa mai departe, în fiecare oră.

Robinetul celui de-al doilea bazin are pe parcursul primei ore debitul tot de a litri/oră. Pe durata celei de-a doua ore debitul este dublu, pe parcursul celei de-a treia ore este dublu față de cel anterior și tot așa mai departe. Știind că cele două robinete umplu bazinele în același număr de ore, aflați raportul dintre volumele celor două bazine.

Subiectul 4.

Fie dreptunghiul $ABCD$ și triunghiul dreptunghic ABE cu $\angle A = 90^\circ$. Știind că $\overline{DA} = \overline{AE}$, $\overline{EN} = 2\overline{NB}$ și $EC \cap AB = \{M\}$, se cere:

a) Arătați că punctele D , M și N sunt coliniare.

b) Dacă M este ortocentrul triunghiului EDB , P este mijlocul lui DN și Q este mijlocul lui EF , unde $\{F\} = EC \cap DB$, arătați că $\overline{MP} + \overline{MF} + \overline{MN} + \overline{MQ} = \vec{0}$.