



MINISTERUL EDUCAȚIEI



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ - 11 martie 2023
Secțiunea H2



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică: profilul Real – specializarea Științe ale Naturii

X. Osztály

1. Feladat

Adott a $(z_n)_{n \geq 1} \subset \mathbb{C}$, $z_n = (1+i)^n + (1-i)^n$ sorozat, ahol $i^2 = -1$.

a) Igazold, hogy $z_n \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

b) Számítsd ki az $S = \sum_{k=1}^{2023} z_k$ összeget!

2. Feladat

Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \left(\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}}\right)^x + a \cdot \left(\sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}\right)^x$, $a \in \mathbb{R}$ függvény.

a) Az $a = 1$ esetben igazold, hogy az f egy páros függvény!

b) Az $a = -2$ esetben oldd meg az $f(x) = -1$ egyenletet!

3. Feladat

Igazold, hogy $x \log_2(2^y + 2^z) + y \log_2(2^z + 2^x) + z \log_2(2^x + 2^y) \leq 2(x^2 + y^2 + z^2)$, bármely $x, y, z \geq 1$ számok esetén!

4. Feladat

Két mozgó pont, A és B az (xOy) derékszögű koordináarendszerben az $y_A = \log_5(7^x - 2)$, illetve $y_B = \log_7(5^x + 2)$ mozgáspályákon haladnak. Határozd meg mekkora távolságra találkozik a két mozgó pont a koordináarendszer O kezdőpontjától!

Megjegyzés: Munkaidő 3 óra; Minden feladat kötelező; Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak.