# CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

## ETAPA LOCALĂ

**30 ianuarie 2016**

## CLASA A XII-A

**1.)** Se dă numărul real $\alpha > 0$ şi mulţimea $G_\alpha = (\alpha, \infty)$. Pe mulţimea numerelor reale definim legea de compoziţie $(x, y) \rightarrow x * y = xy - \alpha(x + y) + \alpha^2 + \alpha, \forall x, y \in R$.

**a)** Să se demonstreze că pentru orice $\alpha > 0$ mulţimea $G_\alpha$ este parte stabilă a mulţimii $R$ în raport cu legea de compoziţie „*” .

**b)** Pentru $\alpha = 3$ să se calculeze elementul neutru al operaţiei „*” şi simetricul elementului $x = 5$ .

**c)** Pentru $\alpha = 3$ şi $f(x) = -18 + \sum_{k=5}^{10} \underbrace{x * x * ... * x}_{k-ori}$, să se arate că $f(5) = 2016$.

**2.)** Se dă mulţimea $M = \left\{ A^n / A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, n \in N \right\}$.

**a)** Să se determine elementele multimii *M*.

**b)** Să se arate ca $(M, \cdot)$ este grup comutativ.

**3.)** Se dă funcţia $f : (-1, \infty) \rightarrow R,\ f(x) = \dfrac{2x}{(x+1)(x^2+1)}$.

Să se demonstreze că există numerele reale $a, b, c$ pentru care funcţia $F : (-1, \infty) \rightarrow R, F(x) = a \ln(x+1) + b \ln(x^2+1) + c \operatorname{arctg} x$ este o primitivă a funcţiei *f*.

**4.)** Se dă funcţia $f : (1, \infty) \rightarrow R,\ f(x) = \dfrac{1}{x(1 + \ln x)}$.

Să se determine primitiva $F$ a funcţiei $f$ pentru care $F\left(e^{e-1}\right) = 2$.

**Notă:**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.**

**Timp de lucru 3 ore**