CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
30 ianuarie 2016

CLASA A X-A
(3 ore/săptămână)

1.) Se consideră expresia $F(x)=8x^2-x^4, x\in R$ şi numărul $a=1+\sqrt{3}$.

a) Arătaţi că $F(a)$ este natural.

b) Arătaţi că numărul $b=\left|3-F\left(2^{\frac{1}{4}}\right)\right|-\sqrt{128}$ este întreg.

2.) Punctele A și B sunt imaginile în planul complex a soluțiilor ecuației

$z^2-(1+5i)z-6-2i=0$, iar punctele C și D imaginile soluțiilor ecuaţiei

$z^2-(1-5i)z-6+2i=0$

a) Să se arate că patrulaterul $ABCD$ este un trapez isoscel.

b) Să se calculeze perimetrul trapezului.

3.) Se consideră expresia: $E(x)=\log_2(2x^2)+(\log_2 x)(1+\log_2 x)+\frac{1}{2}(\log_4 x^4)^2+(\log_2 x)^3$

a) Stabiliţi domeniul maxim de existenţă al expresiei şi arătaţi că

$E(x)=(1+\log_2 x)^3$

b) Rezolvaţi în R ecuaţia $E(x)=-8$.

4.) Să se rezolve ecuaţia $x\cdot 2016^{\frac{1}{x}}+\frac{1}{x}\cdot 2016^x=4032,\ x\in R^*$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore.