CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
30 ianuarie 2016

CLASA A XI-A

1.) Folosind proprietăţile determinanţilor să se demonstreze inegalitatea: $\begin{vmatrix} 1-a-b & c & c \\ a & 1-b-c & a \\ b & b & 1-c-a \end{vmatrix} \geq 0$, unde $a,b,c \in \mathbb{R}$.

2.) **a)** Să se demonstreze că funcţia $f:\mathbb{R}^* \to \mathbb{R},\ f(x)=e^{\frac{1}{x}}$ nu are limită în punctul $x_0=0$.

b) Să se demonstreze că, dacă $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x-b^x}{c^x-d^x}=1$, unde $a,b,c,d>0$ atunci $ad=bc$

3.) Se dau matricile $A_k=\begin{pmatrix} 5k & k^2-1 \\ (-1)^k & 3^k \end{pmatrix},\ k\in N$.

a) Să se calculeze suma $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n} A_k$.

b) Câte elemente are mulţimea $M=\{A_0^n,\ n\in N^*\}$?

4.) Să se determine valoarea parametrului $a\in\mathbb{R}$ astfel încât funcţia

$$f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\cos x}{x\operatorname{tg}x\left(1-\operatorname{tg}^2\dfrac{x}{2}\right)}, & \text{dacă } x<0 \\ a, & \text{dacă } x>0 \end{cases}$$

să aibă limită în punctul $x_0=0$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore