CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

30 ianuarie 2016

CLASA A IX-A

(3 ore/săptămână)

1.) Să se determine valorile parametrilor reali *a*, *b* şi să se rezolve ecuaţia $x^2-(a-2)x+b+1=0$ ştiind că ecuaţia are rădăcini reale şi $2a^2+25=14a+4b$.

2.) Să se demonstreze că oricare ar fi $a,b,c\in R_+^*$, este adevărată următoarea inegalitate:

$$\left(\frac{b}{ac}+a\right)\left(\frac{c}{ab}+b\right)\left(\frac{a}{bc}+c\right)\geq 8.$$

3.) Se consideră şirurile $(a_n)_{n\geq1}$ şi $(b_n)_{n\geq1}$, definite prin $a_n=2n-1,\ b_n=2^{a_n}, \forall n\geq1$.

a) Demonstraţi că $(a_n)_{n\geq1}$ este o progresie aritmetică.

b) Determinaţi $n\in N^*$ pentru care $a_1+a_2+...+a_n=2016^2$

c) Arătaţi că $(b_n)_{n\geq1}$ este progresie geometrică.

d) Demonstraţi că $a_n<b_n, \forall n\in N^*$

4.) Se consideră pe latura BC a unui triunghi ABC un punct D astfel încât $BD=2DC$ şi se notează cu E mijlocul lui AB, iar cu F mijlocul medianei din C. Arătaţi că punctele A,F,D sunt coliniare şi că $AF=\frac{3}{4}\cdot AD$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore.