„ADOLF HAIMOVICI” ALKALMAZOTT MATEMATIKA VERSENY

KÖRZETI SZAKASZ

2016. január 30.

IX . OSZTÁLY
(3 órás program)

1.) Határozd meg az a, b valós paramétereket, és oldd meg az $x^2 - (a-2)x + b + 1 = 0$ egyenletet, ha tudjuk, hogy az egyenletnek valós gyökei vannak és $2a^2 + 25 = 14a + 4b$.

2.) Igazold, hogy bármely $a, b, c \in R_+^*$ esetén fennáll a $\left(\frac{b}{ac} + a\right)\left(\frac{c}{ab} + b\right)\left(\frac{a}{bc} + c\right) \geq 8$ egyenlőtlenség!

3.) Adottak az $(a_n)_{n\geq 1}$ és $(b_n)_{n\geq 1}$ sorozatok, $a_n = 2n-1,\ b_n = 2^{a_n}, \forall n \geq 1$.

a) Bizonyítsd be, hogy $(a_n)_{n\geq 1}$ egy számtani haladvány!

b) Határozd meg $n \in N^*$ azon értékét, amelyre $a_1 + a_2 + ... + a_n = 2016^2$.

c) Mutasd ki, hogy $(b_n)_{n\geq 1}$ egy mértani haladvány!

d) Bizonyítsd be, hogy $a_n < b_n, \forall n \in N^*$ esetén!

4.) Az ABC háromszög BC oldalán felveszünk egy D pontot úgy, hogy $BD = 2DC$, és legyen E az AB oldal felezőpontja, valamint F a C-ből húzott oldalfelező középpontja. Mutasd ki, hogy A, F, D kollineárisak, és $AF = \frac{3}{4} \cdot AD$.

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.
Minden feladat 10 pontot ér.
Munkaidő 3 óra.