

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**ETAPA LOCALĂ****30 ianuarie 2016****CLASA A XII-A**

- 1.) Arătați că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq 0 \\ 1+x, & x > 0 \end{cases}$ nu admite primitive pe \mathbb{R} .
- 2.) Determinați primitiva F a funcției $f: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x \sin^3 x + \cos x}{\sin^2 x} \cdot e^{\cos x}$ pentru care $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2} - 1$.
- 3.) Pe mulțimea $G = (-1, 1)$ definim operația $x \circ y = \frac{ax + by}{1 + xy}$, $\forall x, y \in G$.
Determinați numerele reale a și b pentru care (G, \circ) este grup.
- 4.) Fie R_n mulțimea resturilor obținute prin împărțire la n , $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.
Pe R_n definim operația “ \otimes ” astfel: $a \otimes b = ab \pmod{n}$, adică restul obținut prin împărțirea produsului la n . Fie S_n suma elementelor din tabla operației “ \otimes ”, de exemplu pentru $n = 4$ avem :

| \otimes | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-----------|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 0 | 2 | 0 | 2 |
| 3 | 0 | 3 | 2 | 1 |

și $S_4 = 16$. Calculați valoarea lui S_{24} .**Notă:****Toate subiectele sunt obligatorii.****Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.****Timp de lucru 3 ore**