MATEMATIKA OLIMPIA

KÖRZETI SZAKASZ

2016. január 30.

XII . OSZTÁLY

1.) Bizonyítsd be, hogy az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}\sin x,\ x\le 0\\ 1+x,\ x>0\end{cases}$ függvénynek nincs primitív függvénye az $\mathbb{R}$ -en!

2.) Határozd meg az $f:(0,\pi)\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{x\sin^3 x+\cos x}{\sin^2 x}\cdot e^{\cos x}$ függvény azon F primitív függvényét, amelyre $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{\pi}{2}-1$.

3.) A $G=(-1,1)$ halmazon értelmezzük az $x\circ y=\dfrac{ax+by}{1+xy},\ \forall x,y\in G$ műveletet. Határozd meg az a és b valós számokat úgy, hogy a $(G,\circ)$ struktúra csoport legyen!

4.) Legyen R_n az n-nel való osztási maradékok halmaza, $n\in N, n\ge 2$, amelyben értelmezzük a $\otimes$ műveletet: $a\otimes b=ab(\mathrm{mod}\, n)$, azaz a szorzat n-nel való osztási maradéka. Legyen S_n a szorzótáblába kerülő eredmények összege, azaz pl. $n = 4$ esetén

$\otimes$	**0**	**1**	**2**	**3**
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

és $S_4 = 16$. Számítsd ki S_{24} értékét!

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.