„ADOLF HAIMOVICI" ALKALMAZOTT MATEMATIKA VERSENY

KÖRZETI SZAKASZ

2017. január 28.

IX . OSZTÁLY

(3 órás program)

1.) Határozz meg egy olyan négytagú számtani haladványt, amelynek, ha minden tagjából kivonjuk a 2, 5, 7 illetve a 7 számokat, ebben a sorrendben, egy négytagú mértani haladványt kapunk!

2.) Oldd meg a $\left[\frac{2x-1}{3}\right]+\left[\frac{4x-2}{6}\right]=\frac{5x-4}{3}, x\in R$ egyenletet, ahol $[x]$ az x egész részét jelöli!

3.) Legyen D az ABC háromszög $[AC]$ oldalának felezőpontja, valamint M a síknak egy pontja úgy, hogy $\overrightarrow{MA}+a\cdot\overrightarrow{MB}=b\cdot\overrightarrow{MD}$, ahol $a,b\in\mathbb{R}$.

a) Ha $a=b=1$, igazold, hogy $\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{BC}$.

b) Ha $\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{BC}$, igazold, hogy $a=b=1$.

4.) **a)** Ha $x,y\in(0,+\infty)$, igazold az $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\geq\frac{4}{x+y}$ egyenlőtlenséget!

b) Bármely x,y,z pozitív valós szám esetén igazold, hogy:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\geq 2\cdot\left(\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}+\frac{1}{z+x}\right)$$

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.
Minden feladat 10 pontot ér.
Munkaidő 3 óra.