CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

28 ianuarie 2017

CLASA A IX-A

(3 ore/săptămână)

1.) Determinați o progresie aritmetică formată din patru numere știind că, dacă din fiecare termen al ei se scad numerele 2, 5, 7 respectiv 7, în această ordine, se obțin patru numere în progresie geometrică.

2.) Rezolvați ecuația $\left[\frac{2x-1}{3}\right]+\left[\frac{4x-2}{6}\right]=\frac{5x-4}{3}, x\in R$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului x.

3.) Fie $\triangle ABC$, D mijlocul laturii $[AC]$ şi M un punct în plan astfel încât $\overrightarrow{MA}+a\cdot\overrightarrow{MB}=b\cdot\overrightarrow{MD}$, unde $a,b\in\mathbb{R}$

a) Dacă $a=b=1$, arătaţi că $\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{BC}$.

b) Dacă $\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{BC}$, arătaţi că $a=b=1$.

4.) **a)** Dacă $x,y\in(0,+\infty)$, demonstrați inegalitatea: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\geq\frac{4}{x+y}$.

b) Arătați că oricare ar fi numerele reale pozitive x,y,z are loc inegalitatea:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\geq 2\cdot\left(\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}+\frac{1}{z+x}\right)$$

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore.