„ADOLF HAIMOVICI” ALKALMAZOTT MATEMATIKA VERSENY

KÖRZETI SZAKASZ

2017. január 28.

XI . OSZTÁLY

1.) Adottak az $A_n(n,\sqrt{n})$, $n \in \mathbf{N}$, $B(6,0)$, $C(3,-3)$, $D(1,1)$ és $E(-3,5)$ pontok.

a) Írd fel az A_0A_4 egyenes egyenletét!

b) Határozd meg az n paraméter értékét, amelyre az A_n , B és C pontok egy egyenesen vannak!

c) Határozd meg az n paraméter értékét úgy, hogy az A_nDE háromszög területe 20 területegység legyen!

2.) Adott az $X(a)=\begin{pmatrix} 1+2a & 2a \\ -a & 1-a \end{pmatrix}$ mátrix, ahol a egy valós szám.

a) Mutasd ki, hogy: $X(a)\cdot X(b)=X((a+1)(b+1)-1)$.

b) Számítsd ki az $(X(a))^n$ mátrixot, ahol $n\in N^*$.

c) Határozd meg a $t\in N$ számot, tudva azt, hogy $X(1)\cdot X(2)\cdot\ldots\cdot X(n)=X(t-1)$, ahol $n\in N^*$.

3.) Adottak az $A,B,C\in M_n(\mathbb{R})$ mátrixok, úgy hogy $B\cdot C=I_n$ és az $f,g:M_n(\mathbb{R})\to M_n(\mathbb{R})$ függvények, amelyekre $(f\circ g)(X)=A\cdot g(X)+f(X)\cdot B,\ \forall X\in M_n(\mathbb{R})$. Igazold, hogy ha az f függvény injektív, akkor g is injektív!

4.)

a) Adott az $f:\mathbf{R}\setminus\{2\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{(2-x)^n}$, $n\in\mathbf{N}$ függvény. Számítsd ki a $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ határértéket az n természetes szám függvényében!

b) Számítsd ki a $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{a_1^x+a_2^x+\ldots+a_p^x}{p}\right)^{\frac{1}{x}}$, $a_1,a_2,\ldots,a_p>0$ határértéket!

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.