CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
28 ianuarie 2017

CLASA A X-A
(3 ore/săptămână)

1.) **a)** Arătați că $\sqrt{3}+\sqrt{11-6\sqrt{2}}-\sqrt{5-2\sqrt{6}}\in \mathbf{N}$

b) Arătați că $\sqrt{3}\cdot\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[8]{3}\cdot\ldots\ldots\cdot\sqrt[2^n]{3}<3,\ \forall n\in \mathbf{N}^*$.

2.) **a)** Arătaţi că $\forall x,y,z\in(1;+\infty)$ valoarea expresiei $E=\dfrac{\log_{2016}x+\log_{2016}\sqrt{y}+\log_{2016}\sqrt[3]{z}}{\log_{2017}x+\log_{2017}\sqrt{y}+\log_{2017}\sqrt[3]{z}}$

nu depinde de valorile variabilelor $x,y,z\in(1;+\infty)$.

b) Demonstrați că dacă $x>0, y>0$ și $x^2+4y^2=12xy$, atunci

$$\lg(x+2y)-2\lg 2=\frac{1}{2}(\lg x+\lg y)$$

3.) Arătați că pentru orice număr complex *z*, are loc egalitatea:

$$\left|z+\frac{1}{2}\right|^2+i\cdot\left|z+\frac{i}{2}\right|^2-(1+i)\cdot|z|^2-\frac{1}{4}\cdot(1+i)=z$$

4.) Fie funcția $f:\mathbf{D}\to\mathbf{R},\ f(x)=\sqrt{x+1}+\log_2(2-x-x^2)$.

a) Determinați domeniul maxim de definiție **D** a funcției *f*.

b) Determinați mulțimea $\mathbf{A}=\{m\in\mathbf{C} \mid m\cdot(m-f(0))+m\cdot f(-1)+2=0\}$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore