CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

28 ianuarie 2017

CLASA A XI-A

1.) Se consideră punctele $A_n(n, \sqrt{n})$, $n \in \mathbf{N}$, $B(6,0)$, $C(3,-3)$, $D(1,1)$ și $E(-3,5)$.

a) Scrieți ecuația dreptei A_0A_4.

b) Determinați valorile parametrului n pentru care punctele A_n, B *și* C sunt coliniare.

c) Determinați valorile parametrului n astfel încât aria triunghiului A_nDE să fie egală cu 20 (unități de arie).

2.) Se consideră matricea: $X(a) = \begin{pmatrix} 1+2a & 2a \\ -a & 1-a \end{pmatrix}$, unde a este un număr real.

a) Arătați că: $X(a) \cdot X(b) = X((a+1)(b+1)-1)$.

b) Calculați matricea: $(X(a))^n$, unde $n \in N^*$.

c) Determinați $t \in N$, știind că $X(1) \cdot X(2) \cdot \ldots \cdot X(n) = X(t-1)$, unde $n \in N^*$

3.) Fie matricele $A, B, C \in M_n(\mathbb{R})$ astfel încât $B \cdot C = I_n$ și funcțiile $f, g : M_n(\mathbb{R}) \to M_n(\mathbb{R})$ pentru care $(f \circ g)(X) = A \cdot g(X) + f(X) \cdot B,\ \forall X \in M_n(\mathbb{R})$. Demonstrați că dacă funcția f este injectivă, atunci și g este injectivă.

4.) **a)** Se consideră funcţia f:$\mathbf{R} \setminus \{2\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{(2-x)^n}$, $n \in \mathbf{N}$.

Calculați limita $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ în funcție de valorile parametrului natural n.

b) Calculați limita: $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{a_1^x + a_2^x + \ldots + a_p^x}{p} \right)^{\frac{1}{x}}$, $a_1, a_2, \ldots, a_p > 0$

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore.