

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”**ETAPA LOCALĂ****28 ianuarie 2017****CLASA A XII-A****1.)** Pe mulțimea numerelor complexe se consideră legea de compoziție $x * y = xy - i(x + y) - 1 + i, \forall x, y \in \mathbb{C}$ și pentru orice număr complex z se notează

$$z_n = \underbrace{z * z * \dots * z}_{\text{de } n\text{-ori}}, n \geq 2, \forall z \in \mathbb{C}$$

a) Determinați perechea (a, b) de numere reale pentru care $(2 + i) * (2 - i) = a + bi$ **b)** Determinați elementul neutru al legii considerate.**c)** Calculați i_{2017} **2.)** Fie funcțiile

$$f : (0; +\infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^2 + \sqrt{x} \text{ și } h_{p,q} : (0; +\infty) \rightarrow \mathbf{R}, h_{p,q}(x) = p \cdot x + \frac{q}{\sqrt{x}}, p, q \in \mathbf{Q}$$

a) Determinați $p, q \in \mathbf{Q}$ pentru care f este o primitivă a funcției $h_{p,q}$.**b)** Arătați că dacă $F : (0; +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ este o primitivă a funcției f , atunci $F(\sqrt{2}) < F(\sqrt[3]{3})$.**3.)** Calculați :

a)
$$\int \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1} \cdot e^{\arctg x} dx$$

b)
$$\int \frac{x \cdot \cos x}{\sin^2 x} dx, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

4.) ISBN este un cod de bare folosit pentru identificarea comercială internațională a cărților și a fost creată în Regatul Unit, în 1966. Începând cu 1 ianuarie 2007, ISBN este format din 13 cifre, fiecare carte având un ISBN distinct, de forma $c_1 c_2 c_3 - c_4 c_5 c_6 - c_7 c_8 - c_9 c_{10} c_{11} c_{12} - c_{13}$.Modalitatea de a detecta dacă o astfel de înșiruire este un cod ISBN corect, este dată de formula simplă: $c_{13} = 10 - A \bmod 10$, unde

$$A = 1 \cdot c_1 + 3 \cdot c_2 + 1 \cdot c_3 + 3 \cdot c_4 + 1 \cdot c_5 + 3 \cdot c_6 + 1 \cdot c_7 + 3 \cdot c_8 + 1 \cdot c_9 + 3 \cdot c_{10} + 1 \cdot c_{11} + 3 \cdot c_{12}$$

Stabiliți dacă 978-606-55-4725-4 este un cod ISBN !

Notă:**Toate subiectele sunt obligatorii.****Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.****Timp de lucru 3 ore.**