

**OLIMPADA DE MATEMATICĂ**

**ETAPA LOCALĂ**

**28 ianuarie 2017**

**CLASA A VIII-A**

- 1.) Demonstrați că, dacă  $x - 7y + 3 = 0$  și  $x \in [-3, 4]$ , atunci:

$$E(x, y) = \sqrt{(x+3)^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2} = 5\sqrt{2}$$

- 2.) Paul, Carol și Ana au afirmat următoarele:

Paul: Numărul  $|8 - 5\sqrt{3}| + 8 - 3\sqrt{3}$  aparține intervalului  $[4, 5)$ .

Carol: Frația  $\frac{n^2 + n - 2}{n^2 + 5n + 6}$  este reductibilă pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ .

Ana: Pentru numărul natural  $p$ , la care m-am gândit,  $1^p + 5^p + 6^p$  este număr par.

La ce număr se putea gândi Ana, dacă dintre cele trei afirmații numai una este adevărată?

- 3.) Fie  $ABCD A'B'C'D'$  un cub cu muchia de lungime 8 cm. Dacă  $M$  și  $N$  sunt mijloacele muchiilor  $C'D'$ , respectiv  $CC'$ , atunci:

a) Decideți dacă triunghiul  $AMN$  este isoscel.

b) Calculați valoarea lui  $\sin(\widehat{MAN})$ .

- 4.) Pe planul triunghiului  $ABC$ , de aceeași parte a planului, construim perpendicularele  $AM$  și  $BN$ . Știind că  $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ ,  $AB = 10$  cm,  $AC = 8$  cm,  $AM = 12$  cm și  $BN = 6$  cm, iar  $P$  și  $L$  sunt mijloacele segmentelor  $MN$ , respectiv  $AC$ :

a) Determinați tangenta unghiului dintre dreapta  $PC$  și planul  $(ABC)$ .

b) Cercetați dacă dreapta  $BL$  este paralelă cu planul  $(MNC)$ .

**Notă:**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.**

**Timp de lucru 3 ore**