

**OLIMPADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ**

28 ianuarie 2017

CLASA A VI-A

- 1.) Într-o urnă sunt bile roșii, albe și galbene. Câte bile sunt de fiecare culoare dacă știm că:
- a) numărul total de bile este egal cu cel mai mic multiplu comun al numerelor 10 și 12,
 - b) numărul bilelor de fiecare culoare este număr prim,
 - c) numărul bilelor albe este divizibil cu 5.
- 2.) Numărul elevilor dintr-o școală gimnazială este cuprins între 350 și 450. Dacă se formează coloane de 5, 6 sau 7 elevi, rămân de fiecare dată negrupați 4 elevi, iar dacă se grupează câte 8 elevi nu rămâne nici un elev negrupat. Câți elevi sunt în școala respectivă?
- 3.) a) Fie $a = \frac{1}{7} + \frac{9}{14} + \frac{10}{21} + \dots + \frac{70}{441} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{63} \right)$
- Demonstrați că a este pătrat perfect.
- b) Aflați cel mai mic număr natural k astfel încât numărul $A = 4^{10} \cdot 8^6 \cdot 125^{14} + k$ să fie divizibil cu 9.
- 4.) Fie unghiul $\sphericalangle AOB$ un unghi ascuțit. În semiplanul determinat de dreapta AO și care nu conține punctul B , se consideră punctele C și D , astfel încât $m(\sphericalangle AOC) = 90^\circ$ și $m(\sphericalangle BOD) = 90^\circ$, iar OP este bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOD$.
- a) Dacă $m(\sphericalangle COP) = m(\sphericalangle AOB) + 24^\circ$, calculați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle DOP$.
 - b) Dacă OD este bisectoarea $\sphericalangle COP$, arătați că OA este bisectoarea $\sphericalangle BOP$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore