

MATEMATIKA OLIMPIÁSZ

KÖRZETI SZAKASZ

2017. január 28.

VIII. OSZTÁLY

- 1.) Ha $x \in [-3, 4]$ és $x - 7y + 3 = 0$, akkor igazold, hogy

$$E(x, y) = \sqrt{(x+3)^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2} = 5\sqrt{2}.$$

- 2.) Pál, Károly és Anna az alábbiakat állították:

Pál: A $|8 - 5\sqrt{3}| + 8 - 3\sqrt{3}$ szám benne van a $[4, 5)$ intervallumban.

Károly: Az $\frac{n^2 + n - 2}{n^2 + 5n + 6}$ tört egyszerűsíthető, bármely $n \in \mathbb{N}$ esetén.

Anna: Az általam gondolt p természetes számra $1^p + 5^p + 6^p$ páros szám.

Melyik számra gondolhatott Anna, ha a három állítás közül csak egy igaz?

- 3.) Adott az $ABCD A'B'C'D'$ kocka, melynek élhossza 8 cm. Ha M és N a $C'D'$, illetve a CC' él felezőpontja, akkor:

- a) Állapítsd meg, hogy az AMN háromszög egyenlőszárú-e!
- b) Számítsd ki a $\sin(\hat{MAN})$ értékét!

- 4.) Az ABC háromszög síkjára, a sík ugyanazon oldalán, megszerkesztjük az AM és BN merőlegeseket. Tudva, hogy $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$, $AB = 10$ cm, $AC = 8$ cm, $AM = 12$ cm és $BN = 6$ cm, P és L pedig az MN , illetve AC szakaszok felezőpontjai:

- a) Határozd meg a PC egyenes és az (ABC) sík szögének tangensét!
- b) Állapítsd meg, hogy a BL egyenes párhuzamos-e az (MNC) síkkal!

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.