

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 pont)

- 5p** 1. Határozd meg az a és b valós számokat, tudva azt, hogy $\frac{1+i}{1-i} = a+ib$ és $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Határozd meg az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 8$ függvény grafikus képének és a koordináta rendszer tengelyeinek a metszéspontjait!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $9^{\frac{x+2}{2}} + 3^{x+1} = 36$ egyenletet!
- 5p** 4. Mi a valószínűsége annak, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott kétjegyű természetes szám ne tartalmazza a 6-os számjegyet?
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta rendszerben adottak az $A(-1,2)$, $B(2,3)$ és $C(0,-2)$ pontok. Határozd meg a C pontból az AB egyeneshez húzott párhuzamos egyenes egyenletét!
- 5p** 6. Határozd meg az $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ értékét úgy, hogy $\frac{1+\sin x}{\sin x} = \frac{1+\cos x}{\cos x}$.

II. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ mátrix, ahol a valós szám.
- 5p** a) Igazold, hogy $\det(A(a)) = (a+2)(a-1)^2$, bármely a valós szám esetén!
- 5p** b) Az $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ halmazban számítsd ki az $A(-1)$ mátrix inverzét!
- 5p** c) Határozd meg azon (a,b) természetes számpárokat, amelyekre az $A(a) \cdot A(b)$ mátrix elemeinek az összege 24.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = 3xy - 3x - 3y + 4$ műveletet. A „*” művelet asszociatív és van semleges eleme.
- 5p** a) Igazold, hogy $x * y = 3(x-1)(y-1) + 1$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p** b) Számítsd ki $\frac{1}{1007} * \frac{2}{1007} * \frac{3}{1007} * \dots * \frac{2014}{1007}$ értékét!
- 5p** c) Határozd meg azon x valós számokat, amelyek megegyeznek a „*” műveletre vonatkozó szimmetrikusaikkal!

III. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x-1}$ függvény.
- 5p** a) Határozd meg az f függvény grafikus képe ferde aszimptotájának egyenletét!
- 5p** b) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez az $x=2$ abcisszájú pontjában húzott érintő egyenletét!
- 5p** c) Számítsd ki $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)^{x+3}$ értékét!
2. Az n zérótól különböző természetes szám esetén adott az $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$ szám.
- 5p** a) Számítsd ki I_1 értékét!

- 5p** | b) Igazold, hogy $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1}$, minden zérótól különböző n természetes szám esetén!
- 5p** | c) Igazold, hogy $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1)I_n = \frac{1}{2}$.