

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

СУБЈЕКАТ I

(30 бодова)

- 56 1. Одредите реалне бројеве a и b , знајући да $\frac{1+i}{1-i} = a+ib$, $i^2 = -1$.
- 56 2. Одредите координате тачака пресека са координатним осама графика функције $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 8$.
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину $9^{\frac{x+2}{2}} + 3^{x+1} = 36$.
- 56 4. Израчунајте вероватноћу да бирањем једног броја из скупа двоцифрених природних бројева, овај да не садржи цифру 6.
- 56 5. У картезијанском систему xOy сматрају се тачке $A(-1,2)$, $B(2,3)$ и $C(0,-2)$. Одредите једначину паралеле повучене кроз C са AB .
- 56 6. Одредите $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ тако да $\frac{1+\sin x}{\sin x} = \frac{1+\cos x}{\cos x}$.

СУБЈЕКАТ II

(30 бодова)

1. Сматра се матрица $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$, где је a реални број.
- 56 а) Докажите да $\det(A(a)) = (a+2)(a-1)^2$, за било који реални број a .
- 56 б) Израчунајте инверзну матрицу матрице $A(-1)$ у $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.
- 56 в) Одредите парове природних бројева (a,b) тако да матрица $A(a) \cdot A(b)$ има збир елемената једнак са 24.
2. На скупу реалних бројева дефинише се закон слагања $x * y = 3xy - 3x - 3y + 4$. Закон „*” је асоцијативан и има неутралан елемент.
- 56 а) Докажите да $x * y = 3(x-1)(y-1) + 1$, за било које реалне бројеве x и y .
- 56 б) Израчунајте $\frac{1}{1007} * \frac{2}{1007} * \frac{3}{1007} * \dots * \frac{2014}{1007}$.
- 56 в) Одредите реалне бројеве x које су једнаке са њиховим симетричним у односу на закон „*”.

СУБЈЕКАТ III

(30 бодова)

1. Сматра се функција $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x-1}$.
- 56 а) Одредите једначину косе асимптоте на график функције f .
- 56 б) Одредите једначину тангенте на график функције f у тачци апсцисе $x = 2$, која се налази на график функције f .
- 56 в) Израчунајте $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)^{x+3}$.
2. За сваки ненулти природни број n сматра се број $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$.
- 56 а) Израчунајте I_1 .

- 56** | **b)** Докажите да $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1}$, за било који ненулта природни број n .
- 56** | **c)** Докажите да $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1)I_n = \frac{1}{2}$.