

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗВАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Визначте дійсні числа a і b , якщо відомо, що $\frac{1+i}{1-i} = a + ib$ і $i^2 = -1$.
- 56 2. Знайдіть координати точок перетину графіка функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 8$ з осями координат.
- 56 3. Розв'яжіть на множині дійсних чисел рівняння $9^{\frac{x+2}{2}} + 3^{x+1} = 36$.
- 56 4. Обчисліть ймовірність того, що, вибираючи число з множини натуральних двоцифрових чисел, воно не міститиме цифри 6.
- 56 5. В ортогональному репері xOy дано точки $A(-1, 2)$, $B(2, 3)$ і $C(0, -2)$. Знайдіть рівняння паралельної прямої, проведеної з C до AB .
- 56 6. Знайдіть $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, для якого $\frac{1 + \sin x}{\sin x} = \frac{1 + \cos x}{\cos x}$.

ЗВАННЯ II

(30 балів)

1. Дано матрицю $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$, де a є дійсним числом.
- 56 а) Докажіть, що $\det(A(a)) = (a+2)(a-1)^2$, для будь-якого дійсного числа a .
- 56 б) Обчисліть обернену до матриці $A(-1)$ у $M_3(\mathbb{R})$.
- 56 в) Визначте пари натуральних чисел (a, b) , для яких сума елементів матриці $A(a) \cdot A(b)$ дорівнює 24.
2. На множині дійсних чисел задано закон композиції $x * y = 3xy - 3x - 3y + 4$. Закон „*” є асоціативним і має нейтральний елемент.
- 56 а) Докажіть, що $x * y = 3(x-1)(y-1) + 1$, для будь-яких дійсних чисел x і y .
- 56 б) Обчисліть $\frac{1}{1007} * \frac{2}{1007} * \frac{3}{1007} * \dots * \frac{2014}{1007}$.
- 56 в) Визначте дійсні числа x , які дорівнюють своїм симетричним відносно закону „*”.

ЗВАННЯ III

(30 балів)

1. Дано функцію $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x-1}$.
- 56 а) Визначте рівняння похилої асимптоти до графіка функції f .
- 56 б) Визначте рівняння дотичної до графіка функції f у точці з абсцисою $x = 2$, розміщеною на графіку функції f .
- 56 в) Обчисліть $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)^{x+3}$.
2. Для кожного ненульового натурального числа n дано число $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$.
- 56 а) Обчисліть I_1 .
- 56 б) Докажіть, що $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1}$, для будь-якого ненульового натурального числа n .
- 56 в) Докажіть, що $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1)I_n = \frac{1}{2}$.