

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M<sub>șt-nat</sub>***

**Simulare pentru elevii clasei a XII-a**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. FELADAT**

**(30 punct)**

- 5p** 1. Határozd meg a  $z = 1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$  komplex szám konjugáltját!
- 5p** 2. Határozd meg az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x^2 + 4x - 5$  függvény legnagyobb értékét!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $3 - \sqrt{x^2 + 3} = x$  egyenletet!
- 5p** 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából kiválasztott szám számjegyei különbözzenek egymástól!
- 5p** 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta rendszerben adottak az  $A(2,3)$ ,  $B(4,0)$  és  $C(2,0)$  pontok. Határozd meg az  $ABC$  háromszög területét!
- 5p** 6. Igazold, hogy  $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$  bármely  $x$  valós szám esetén!

**II. FELADAT**

**(30 pont)**

1. Adott a  $D(a,b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & b \\ 1 & a^2 & b^2 \end{vmatrix}$  determináns, ahol  $a$  és  $b$  valós számok.
- 5p** a) Számítsd ki  $D(1,0)$  értékét!
- 5p** b) Igazold, hogy  $D(a,b) = (a-1)(b-1)(b-a)$ , bármely  $a$  és  $b$  valós számok esetén!
- 5p** c) Igazold, hogy a  $D(m,n)$  páros szám, bármely  $m$  és  $n$  egész számok esetén!
2. Adott a  $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$  gyűrű, ahol  $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$ .
- 5p** a) Oldd meg  $\mathbb{Z}_6$ -ban a  $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{5}$  egyenletet!
- 5p** b) Határozd meg az  $f: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_6$ ,  $f(x) = x^3 - x$  függvény értékeinek halmazát!
- 5p** c) Határozd meg a  $H = \{x^{10} \mid x \in \mathbb{Z}_6\}$  halmaz elemeinek számát!

**III. FELADAT**

**(30 pont)**

1. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$  függvény.
- 5p** a) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$  határértéket!
- 5p** b) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képének az  $x=1$  abszcisszájú pontjába, az  $f$  függvény grafikus képéhez húzott érintőjének egyenletét!
- 5p** c) Igazold, hogy  $f(x) \geq 1$  bármely  $x \in (0, +\infty)$  esetén!
2. Adott az  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$  függvény.
- 5p** a) Számítsd ki  $\int_0^1 (x+1)f(x)dx$  értékét!
- 5p** b) Számítsd ki  $\int_1^e (x+1)f(x)\ln x dx$  értékét!
- 5p** c) Igazold, hogy  $F(e-1) = \frac{e^2 - 4e + 7}{2}$ , ahol  $F: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  az  $f$  függvény olyan primitív függvénye, amelyre  $F(0) = 1$ .