

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Simulare pentru elevii clasei a XII-a**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. THEMA**

**(30 Puncte)**

- 5p** 1. Bestimme die Konjugierte der komplexen Zahl  $z = 1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$ .
- 5p** 2. Bestimme den größten Wert der Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x^2 + 4x - 5$ .
- 5p** 3. Löse die Gleichung  $3 - \sqrt{x^2 + 3} = x$  in der Menge der reellen Zahlen..
- 5p** 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte zweistellige natürliche Zahl verschiedene Ziffern enthält.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte  $A(2,3)$ ,  $B(4,0)$  und  $C(2,0)$  in dem kartesischen Koordinatensystem  $xOy$ . Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$ .
- 5p** 6. Zeige, dass  $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$ , für jede reelle Zahl  $x$ .

**II. THEMA**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben ist die Determinante  $D(a,b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & b \\ 1 & a^2 & b^2 \end{vmatrix}$ , wobei  $a$  und  $b$  reelle Zahlen sind.
- 5p** a) Berechne  $D(1,0)$ .
- 5p** b) Zeige, dass  $D(a,b) = (a-1)(b-1)(b-a)$ , für alle reelle Zahlen  $a$  und  $b$ .
- 5p** c) Zeige, dass die Zahl  $D(m,n)$  eine gerade Zahl ist, für alle ganzen Zahlen  $m$  und  $n$ .
2. Gegeben ist der Ring  $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ , wobei  $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$ .
- 5p** a) Löse in  $\mathbb{Z}_6$  die Gleichung  $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{5}$ .
- 5p** b) Bestimme die Menge der Werte der Funktion  $f: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_6$ ,  $f(x) = x^3 - x$ .
- 5p** c) Bestimme die Anzahl der Elemente der Menge  $H = \{x^{10} \mid x \in \mathbb{Z}_6\}$ .

**III. THEMA**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben ist die Funktion  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$ .
- 5p** a) Berechne  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ .
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion  $f$  in dem Punkt mit der Abszisse  $x = 1$ , der zum Schaubild der Funktion  $f$  gehört.
- 5p** c) Zeige, dass  $f(x) \geq 1$ , für jede Zahl  $x \in (0, +\infty)$ .
2. Gegeben ist die Funktion  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ .
- 5p** a) Berechne  $\int_0^1 (x+1)f(x)dx$ .
- 5p** b) Berechne  $\int_1^e (x+1)f(x)\ln x dx$ .
- 5p** c) Zeige, dass  $F(e-1) = \frac{e^2 - 4e + 7}{2}$ , wobei  $F: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  die Stammfunktion der Funktion  $f$  ist, für welche  $F(0) = 1$ .