

# OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

## ETAPA JUDEȚEANĂ 17.03.2018

### CLASA a VIII-a

#### 1. Tétel (7 pont)

Adottak a következő számok:  $a = \frac{1-\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{10}-\sqrt{14}}{1+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$  és

$$b = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

Számítsátok ki az  $a$  és  $\sqrt{b}$  számok számtani középátlóját!

#### 2. Tétel (7 pont)

Adott a következő kifejezés:  $E(x) = \left( \frac{1}{2x-1} + \frac{3}{1-4x^2} - \frac{2}{2x+1} \right) : \left( \frac{4x^2+4x+1}{4x^2-1} \right) \left( x + \frac{1}{2} \right)$ .

- Írjátok fel a kifejezés legegyszerűbb alakját!
- Határozzátok meg az  $x$  értékeit úgy, hogy a kifejezés értelmezett legyen!
- Számítsátok ki az  $E(\sqrt{2})$  értéket!

#### 3. Tétel (7 pont)

Egy  $ABCD A' B' C' D'$  téglatest alakú medence méretei:

$$AB = 12\sqrt{3} \text{ m}, AA' = 6\sqrt{3} \text{ m}, AD = 12 \text{ m}.$$

- Határozzátok meg a  $C'B$  és  $DD'$  által alkotott szög tangensét!
- Számítsátok ki a  $B'$  és az  $AC$  közötti távolságot!
- Jelöljük  $M, N, P$ -vel az  $A'$  csúcs vetületét az  $AB', AD', D'B'$  átlókra. Mutassátok ki, hogy  $AP, B'N, D'M$  összefutó egyenesek!

#### 4. Tétel (7 pont)

Adott az  $SABCD$  szabályos négyoldalú gúla, ahol  $AB = 6 \text{ cm}$ ,  $SB = 8 \text{ cm}$  és  $M$  a  $[BS]$  szakasz felezőpontja,  $AC \cap BD = \{O\}$ .

- Határozzátok meg az  $MC$  és  $SD$  egyenesek által alkotott szög koszinuszát!
- Mutassátok ki, hogy  $(MAC) \perp (SBD)$ .
- Legyen  $N$  egy pont az  $SC$ -n. Határozzátok meg az  $NC$  szakasz hosszát úgy, hogy a  $\triangle BND$  háromszög minimális legyen!

Subiectele au fost - propuse de prof. Ioana Ludușan - Liceul Teoretic Gheorghe Șincai Cluj-Napoca

prof. Elena Măgdaș – Școala Gimnazială Horea Cluj-Napoca

prof. Cristian Petru Pop – ISJ Cluj

- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Minden tétel kötelező.

Munkaidő – 2 óra.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”

Anton Pann

Succes!