

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR  
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

17 iulie 2024

Probă scrisă  
MATEMATICĂ

Variantă 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az  $E(z) = z^2 + z \cdot |z| \cdot i - 4$  kifejezés, ahol  $z$  egy komplex szám.
- 5p a) Igazolja, hogy  $|E(m)| \geq 2\sqrt{2}$  bármely  $m$  valós szám esetén!
- 5p b) Határozza meg azt a  $z$  komplex számot, amelyre  $E(z) = z^2$ .
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy ha  $\bar{z} \cdot E(z) = z \cdot E(\bar{z})$ , ahol  $\bar{z}$  a  $z$  komplex szám konjugáltja, akkor  $z$  egy valós szám!
2. Az  $A$ -ban derékszögű  $ABC$  háromszögben  $AC < AB$ . A  $D$  pont az  $A$  pont szimmetrikusa a  $BC$  egyenesre nézve, az  $E$  pont a  $D$  pont vetülete az  $AB$  egyenesre, illetve az  $M$  pont az  $AD$  és  $BC$  egyenes metszéspontja és az  $N$  pont a  $BC$  és  $DE$  egyenes metszéspontja.
- 5p a) Igazolja, hogy  $EM = \frac{AB \cdot AC}{BC}$ .
- 5p b) Igazolja, hogy az  $AN$  és az  $AC$  egyenlő hosszúságú szakaszok!
- 5p c) Az  $AN$  egyenes az  $EM$  és  $BD$  egyenest a  $P$  illetve  $Q$  pontban metszi, a  $QM$  egyenes az  $AC$  egyenest az  $S$  pontban metszi. Bizonyítsa be, hogy az  $S$  pont a  $P$  pont szimmetrikusa az  $AD$  egyenesre nézve!

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Egy  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény esetén értelmezzük a valós számok halmazán a következő műveletet:  
 $x \circ y = f(xy) - f(x+y)$ .
- 5p a) Ha  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$ , határozza meg azokat az  $x$  valós számokat, amelyekre  $x \circ x = 0$ .
- 5p b) Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax$  függvény, ahol  $a$  egy valós szám. Határozza meg azokat az  $a$  valós számokat, amelyekre a „ $\circ$ ” művelet asszociatív!
- 5p c) Bármely  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény esetén bizonyítsa be, hogy  $(\mathbb{R}, \circ)$  **nem** csoport!
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1$  függvény.
- 5p a) Határozza meg az  $f$  függvény grafikus képe  $x = 0$  abszcisszájú pontjában, az  $f$  grafikus képehez húzott érintő egyenletét!
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy az  $f$  függvény szigorúan növekvő!
- 5p c) Minden  $n$  nemnulla természetes szám esetén tekintsük az  $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 \frac{x^2}{f(x)} dx$  számot. Igazolja, hogy
- $$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( I_n + 2 \ln f\left(\frac{1}{n}\right) \right) = 2 \ln \left( 1 - \frac{5}{2e} \right).$$

### III. FELADATSOR

(30 pont)

Az alábbiakban a VII. osztály matematika tantervének egy részlete látható.

#### Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VII-a	
<b>1.3. Identificarea unor informații din tabele, grafice și diagrame</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Extragerea unei informații dintr-un tabel, grafic sau diagramă</li> <li>- Identificarea modului adecvat de reprezentare a unor date</li> <li>- Identificarea unor exemple de corespondențe matematice în contexte variate</li> </ul>
<b>2.3. Prelucrarea unor date sub formă de tabele, grafice sau diagrame în vederea înregistrării, reprezentării și prezentării acestora</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Prelucrarea statistică a unor date reprezentate în tabel</li> <li>- Reprezentarea unor date prin diagrame, grafice circulare sau grafice cu bare</li> <li>- Reprezentarea unor date în tabele cu una sau cu două înțări</li> </ul>
<b>3.3. Alegerea metodei adecvate de reprezentare a problemelor în care intervin dependențe funcționale și reprezentări ale acestora</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor puncte având coordonatele numere reale</li> <li>- Analizarea unor seturi de date pentru a determina un mod adecvat de reprezentare grafică a acestora</li> <li>- Interpretarea unei informații extrase dintr-un tabel sau listă</li> </ul>
<b>4.3. Descrierea în limbajul specific matematicii a unor elemente de organizare a datelor</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reprezentarea produsului cartezian a două mulțimi numerice finite</li> <li>- Evidențierea egalității între cardinalul produsului cartezian a două mulțimi finite și produsul cardinalelor celor două mulțimi</li> <li>- Exprimarea distanței dintre două puncte în plan ca lungimea ipotenuzei unui triunghi dreptunghic într-un sistem de axe ortogonale</li> </ul>
<b>5.3. Analizarea unor situații practice prin elemente de organizare a datelor</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Interpretarea unor informații extrase dintr-un tabel/listă/grafic</li> <li>- Verificarea unor afirmații pe cazuri particulare prin construirea unor exemple și/sau contraexemple</li> <li>- Interpretarea reprezentării a două sau mai multor puncte într-un sistem de axe ortogonale, din punct de vedere geometric sau din punct de vedere al fenomenului asociat</li> </ul>
<b>6.3. Transpunerea unei situații date într-o reprezentare adecvată (text, formulă, diagramă, grafic)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Construirea și interpretarea unor diagrame cu date din situații practice</li> <li>- Determinarea unor mulțimi finite atunci când se cunoaște reprezentarea geometrică a produsului lor cartezian</li> <li>- Rezolvarea unor probleme simple de geometrie pornind de la reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale</li> </ul>

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
<b>Organizarea datelor</b>	<b>3. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Produsul cartezian a două mulțimi nevide; sistem de axe ortogonale în plan; reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor perechi de numere reale; reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale; distanța dintre două puncte din plan</li> <li>• Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice; poligonul frecvențelor</li> </ul>

**Notă:** Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

*(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)*

Felhasználva a fenti részletben található információkat, dolgozzon ki egy zárófelmérőt, amellyel a megjelölt sajátos kompetenciák kialakulását/fejlődését méri az „**Adatszervezés**” tanulási egység végén. A felmérő tartalmazzon öt itemet: *egy kiegészítő-, egy rövid válasz-, egy feleletválasztós-, egy strukturált kérdés típusú és egy feladatmegoldó típusú itemet.*

Minden javasolt item esetén:

- nevezze meg a felmérendő kompetenciát;
- nevezze meg azt a tanulási tevékenységet, amelynek keretén belül ez az item alkalmazható;
- írja le ezen típusú item alkalmazásának egy előnyét;
- írja le ezen típusú item alkalmazásának egy hátrányát;
- tartsa be az itemtípus formai követelményét;
- tartsa be a tudományos helyességet, beleértve a várható választ is.